



مؤسسہ آموزش عالی سناباد گلبرہار
Sanabad Golbahar Institute of Higher Education



گرافیک کامپیوتری

تہیہ کنندہ: فرزاد زندگی

zandi_farzad@yahoo.com

zandi8farzad@gmail.com

آنچه در این درس فرا می‌گیرید:

- ۱- جایگاه گرافیک کامپیوتری و نحوه تشکیل تصویر
- ۲- فایل‌های گرافیکی
- ۳- مبانی گرافیک دو بُعدی
- ۴- الگوریتم‌های ریاضی ترسیمات گرافیکی
- ۵- نورپردازی
- ۶- سایه , محاسبات و انواع آن
- ۷- متحرک‌سازی

آنچه از شما انتظار می‌رود:

- ۱- درک مفاهیم رنگ و تصویر و شکل‌گیری آن
- ۲- شناخت انواع فایل‌های گرافیکی
- ۳- شناخت گرافیک دوبعدی
- ۴- پیاده‌سازی الگوریتم‌های آموزش داده شده و رسم اشکال پایه
- ۵- ارائه در کلاس درباره یکی از موضوعات مطرح شده

نحوه ارزیابی نمره:

- ۱- حضور مستمر
- ۲- فعالیت کلاسی
- ۳- انجام تمرینات محول شده
- ۴- ارائه در کلاس
- ۵- امتحان پایان ترم ۵ نمره
- ۱۵ نمره

جلسه دوم:

مقدمه , جایگاه گرافیک کامپیوتری , اجزاء
و
اساس تشکیل تصویر در صفحه نمایش

آنچه در این جلسه می خوانید:

- ۱- مقدمه
- ۲- نگاهی به جایگاه گرافیک کامپیوتری
- ۳- اجزاء پایه
- ۴- اساس تشکیل تصویر در صفحه نمایش
- ۵- انواع آداپتورهای ویدیویی و ویژگیهای آن

مقدمه:

تکامل علوم, فن آوری, هنر, تجارت و صنعت همواره وابسته به امکان برقراری ارتباط و اطلاعات بوده است.

انتقال اطلاعات:



گرافیک کامپیوتری و جایگاه آن:

گرافیک کامپیوتری عبارت است از بکارگیری کامپیوتر در همه جنبه‌هایی که نیازمند ساخت تصویر هستند.

کاربرد گرافیک کامپیوتری:

۱- نمایش اطلاعات

۲- طراحی

۳- شبیه‌سازی

۴- واسط کاربری

اجزاء پایه:

۱- پردازنده

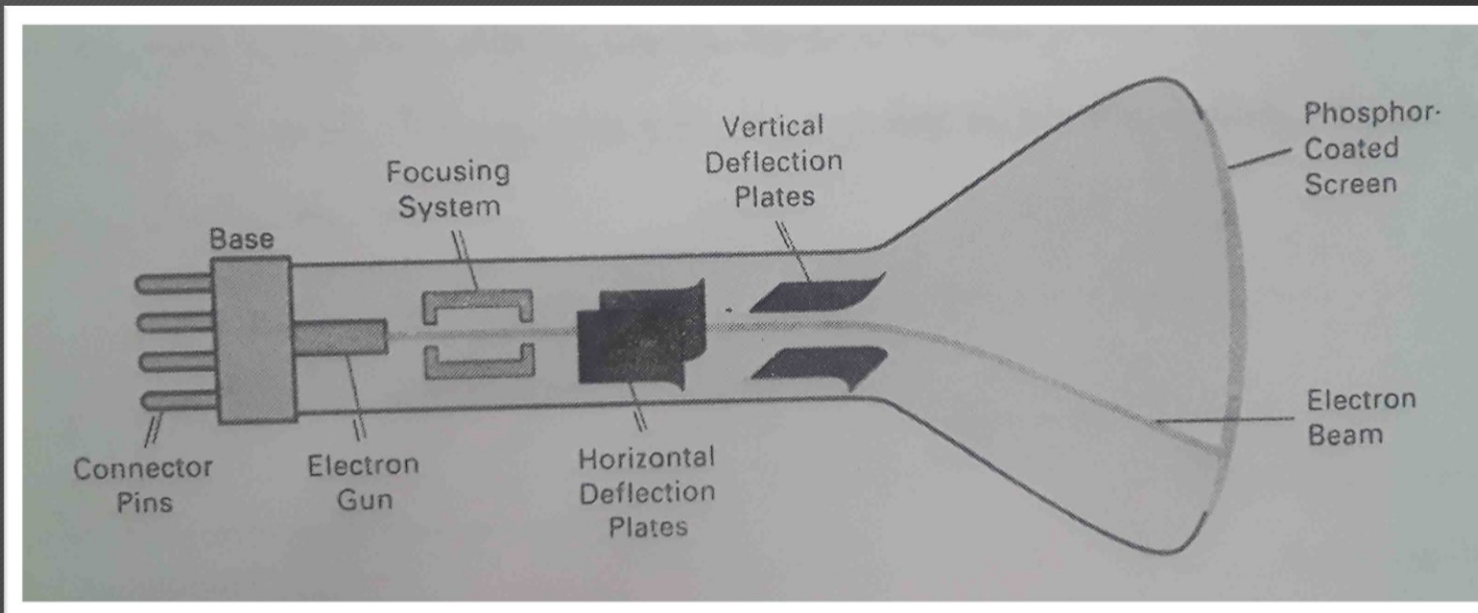
۲- حافظه

۳- رسانه‌های ورودی

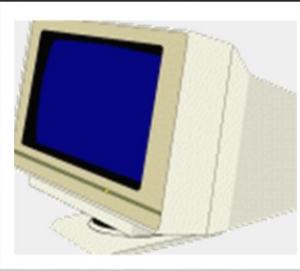
۴- رسانه‌های خروجی

صفحه نمایش ویدیویی (CRT):

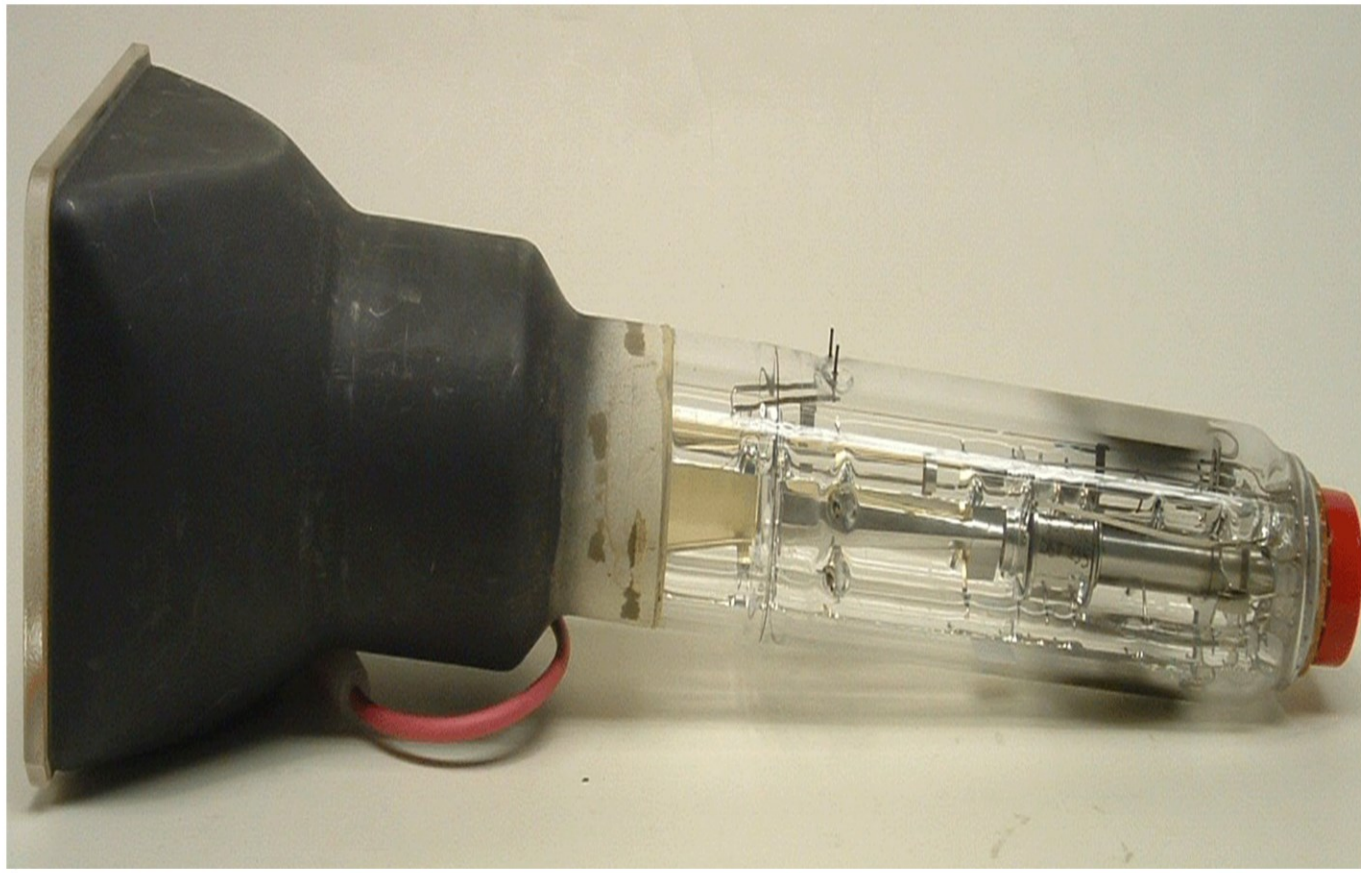
ساده‌ترین نوع صفحه نمایش، مانیتور ویدیویی است که عملکرد آن مبتنی بر طراحی لامپ اشعه کاتدی (Cathode Ray Tube) استاندارد است که به تدریج این رسانه با پیشرفت فن‌آوری، بهبود داده شده است.



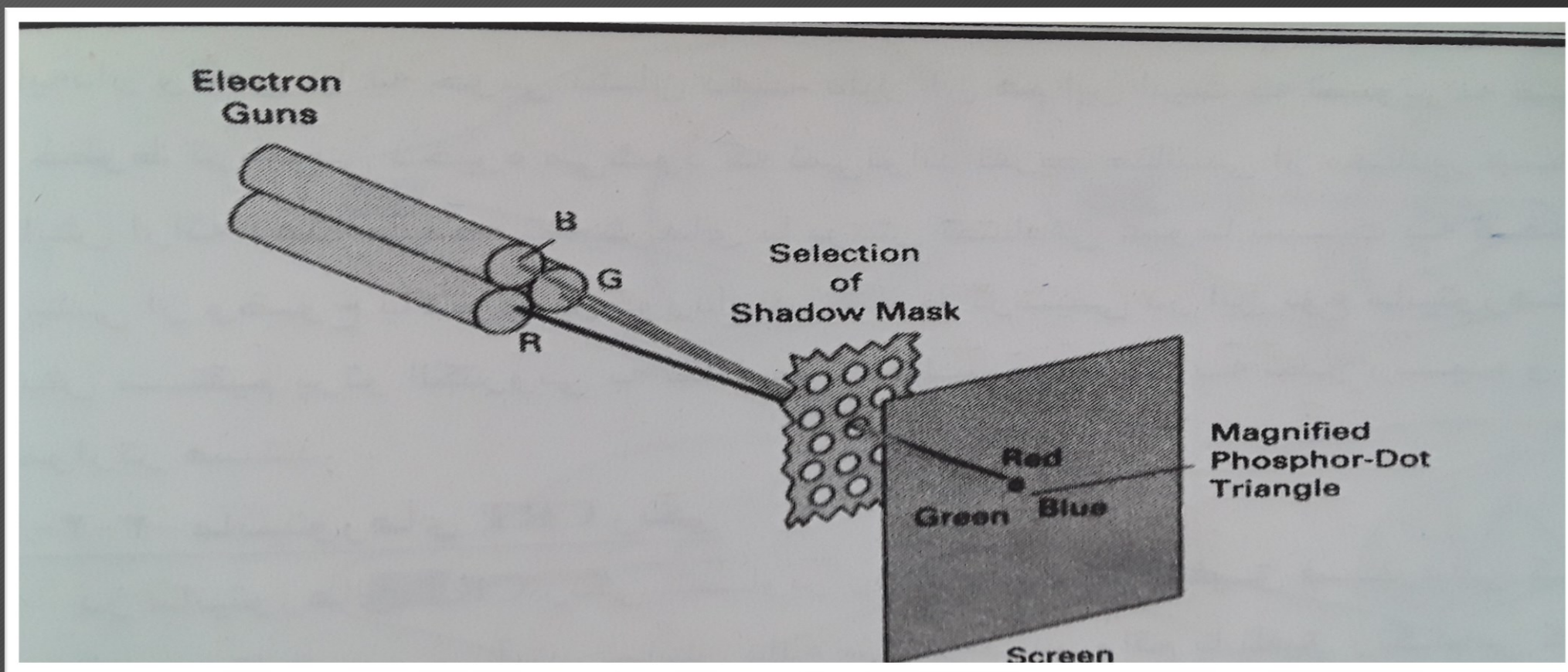
عملکرد CRT



تفنگ الکترونیکی:



نحوه شکل‌گیری تصویر در مانیتور رنگی:



برخی تعاریف:

- **قدرت تفکیک یا وضوح یا رزولوشن:**
حداکثر تعداد نقاطی که می تواند بدون هم پوشانی در یک CRT به نمایش در آید. (۱۲۸۰×۱۰۲۴)
- **نرخ نسبت نمایش:**
عبارت است از نرخ تعداد نقاط در راستای عمودی بر تعداد نقاط در راستای افقی. (۳/۴)
- **نگاشت بیتی (bitmap):**
بافر فریم با سیستم سیاه و سفید با یک بیت در هر پیکسل است.
- **نگاشت پیکسلی (pixmap):**
سیستمی که به ازاء هر پیکسل چندین بین مورد استفاده قرار بگیرد.
- **نرخ بازسازی:**
تعداد بازسازیهای صفحه نمایش در واحد ثانیه است که با هرتز (Hertz) هم بیان می شود. (۶۰ Hz)

صفحه نمایش مسطح:

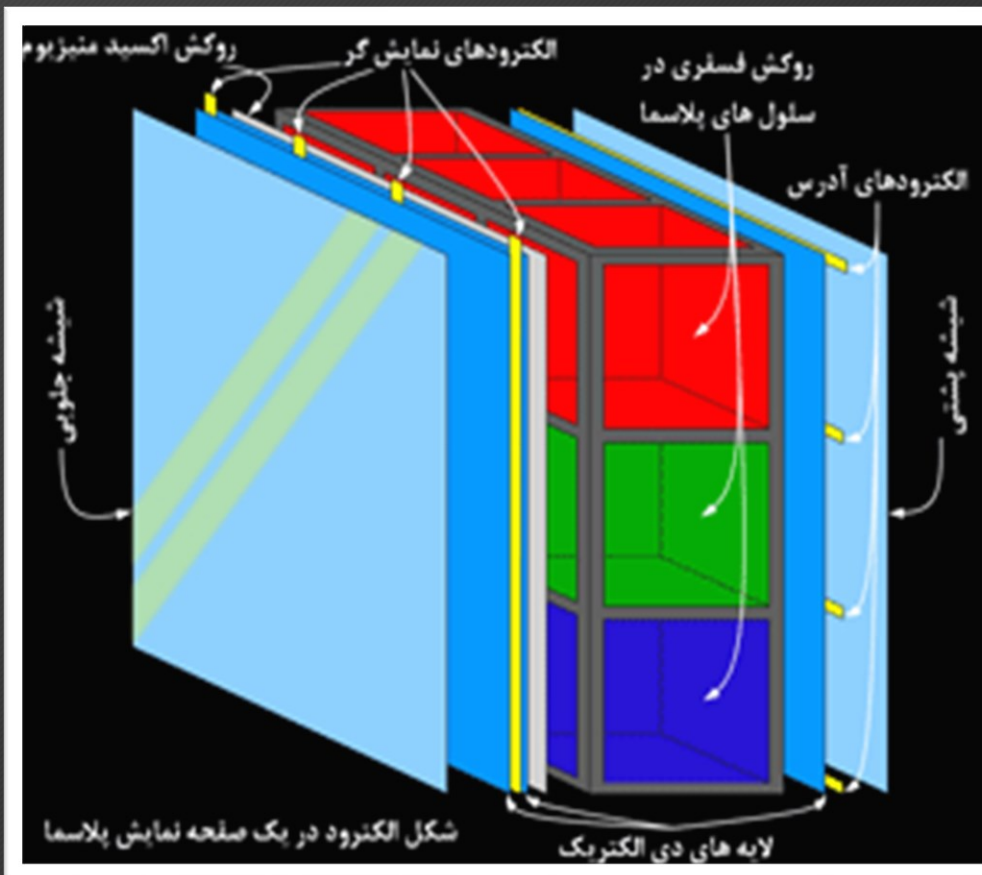
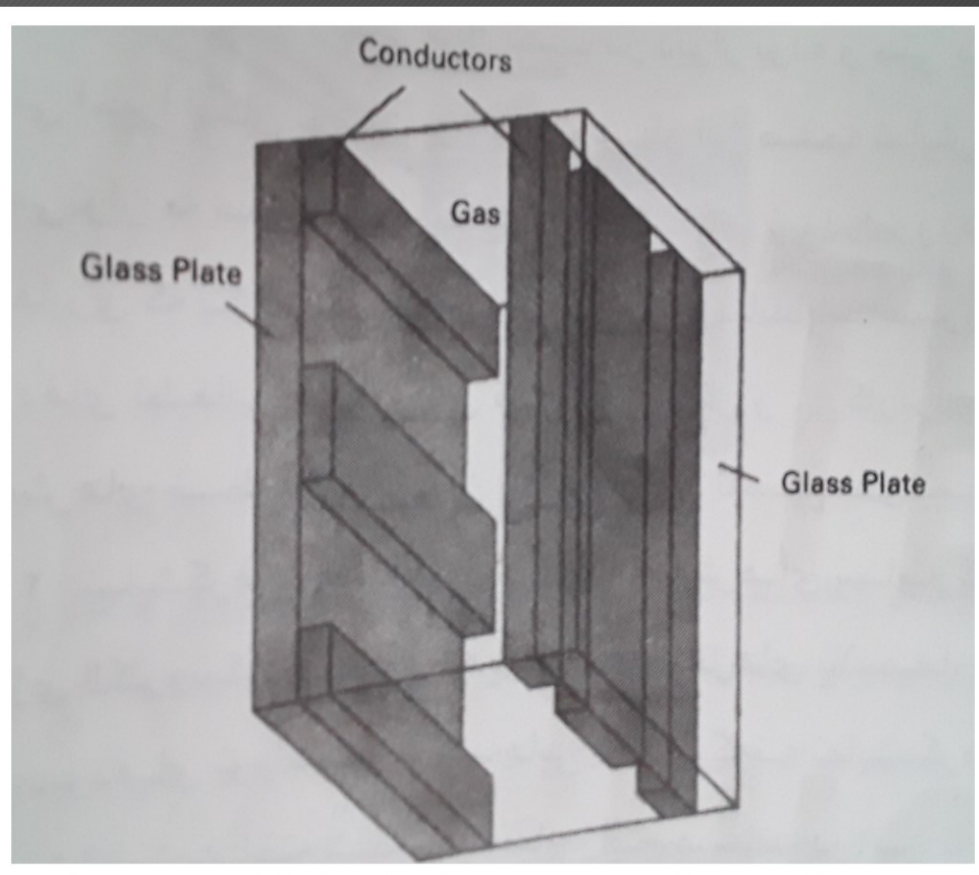
۱- نمایشگرهای ساطع کننده:

- پنل‌های پلاسما (Plasma panels) (PDP)
- صفحات نورافشان الکتریکی (Electroluminescent display)
- دیودهای نورافشان (LED)

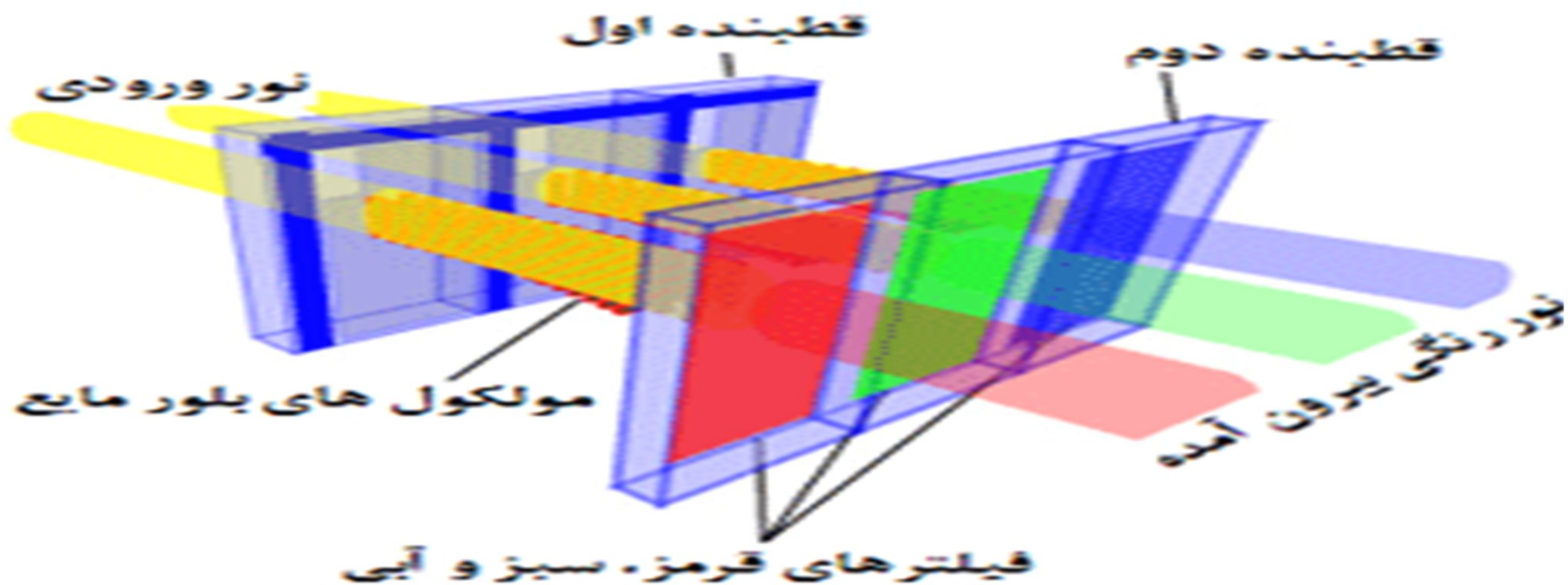
۲- نمایشگرهای غیر تابشی:

- نمایشگر کریستال مایع (تخلیه گازی) (Gas discharge display) (LCD)

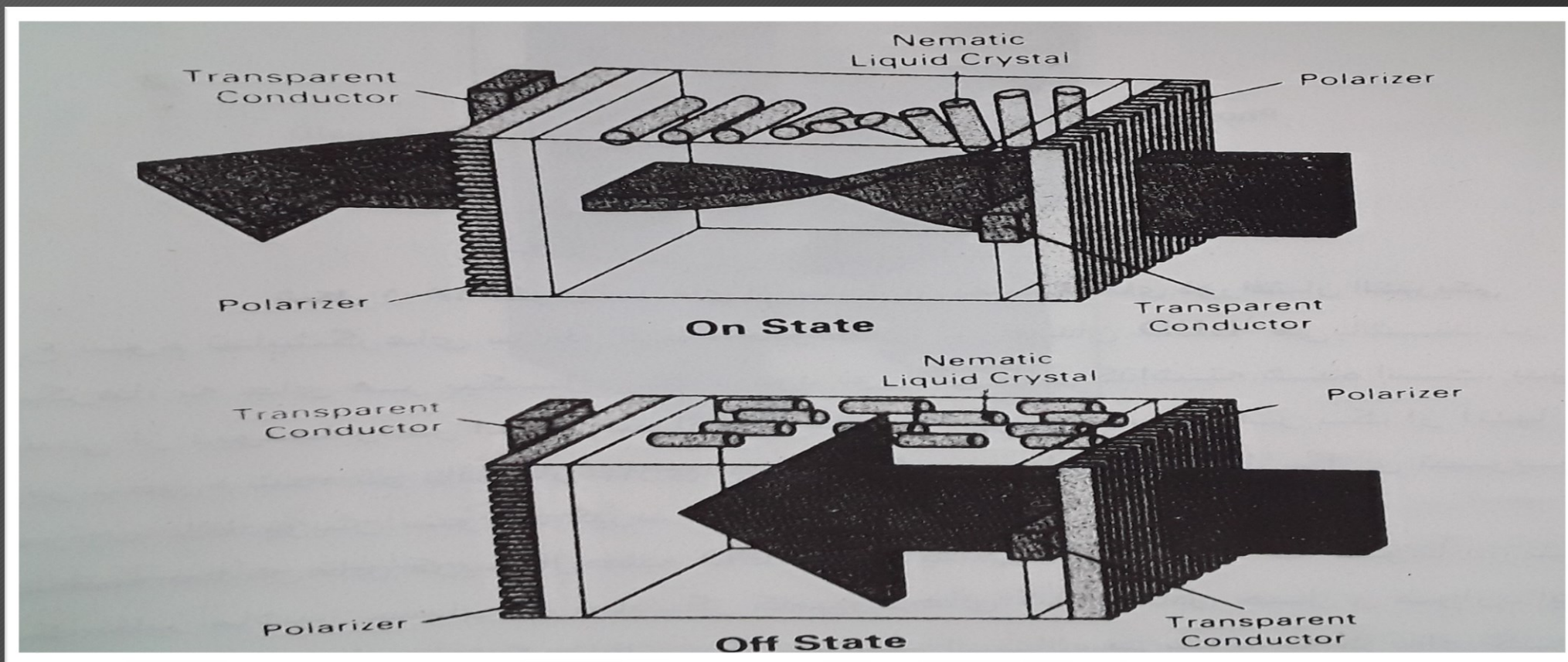
نمایشگر پلاسما:



نمایشگر پلاسما:



نمایشگر LCD:



آداپتورهای ویدیویی:

کارت گرافیک یا ویدیو کارت یا آداپتور گرافیکی واسطه بین پردازنده و صفحه نمایش است.

انواع کارتهای گرافیک:

(Monochrome Display Adapter) (MDA)

(Color Graphic Adapter) (CGA)

(Hercules Graphic Adapter) (HGC)

(Enhanced Graphic Adapter) (EGA)

(Video Graphic Array) (VGA)

(Super Video Graphic Array) (SVGA)

۱- آداپتورهای نمایش تک‌رنگی

۲- آداپتورهای گرافیکی رنگی

۳- کارت گرافیکی هرکولس

۴- کارت گرافیک پیشرفته

۵- آرایه گرافیکی ویدیویی

۶- آرایه گرافیک ویدیویی پیشرفته

برخی تعاریف:

▪ حافظه (RAM) کارت گرافیک:

کارت گرافیک شامل یک حافظه RAM است که اطلاعات مورد نیاز برای نمایش تصویر شامل رنگ و موقعیت پیکسل و کُد آسکی یک کاراکتر را نگهداری می‌کند و واسط بین RAM کامپیوتر و مانیتور است.

▪ حالت (مود) گرافیک و متن:

صفحه نمایش در دو مود متن و گرافیک کار می‌کند. مانیتور نمی‌تواند اختلاف بین این دو را تشخیص دهد.

در مود گرافیک رنگ و موقعیت هر پیکسل (به ازای هر پیکسل یک یا چند بیت) ارسال می‌شود.

در مود متن به ازای هر موقعیت در صفحه نمایش، الگوی مناسب کُد آسکی یک کاراکتر که در حافظه ROM کارت گرافیک موجود است ارسال می‌گردد.

پیکسل:

کوچکترین واحد نمایش تصویر پیکسل است.

▪ پیکسل سیاه و سفید:

• سیاه ۲۵۵ سفید. بازه بین آن طیفی از سطوح خاکستری.

پیکسل رنگی (RGB):

ترکیب سه رنگ

R(RED)

• بی رنگ ۲۵۵ قرمز. بازه بین آن طیفی از شدت رنگ قرمز.

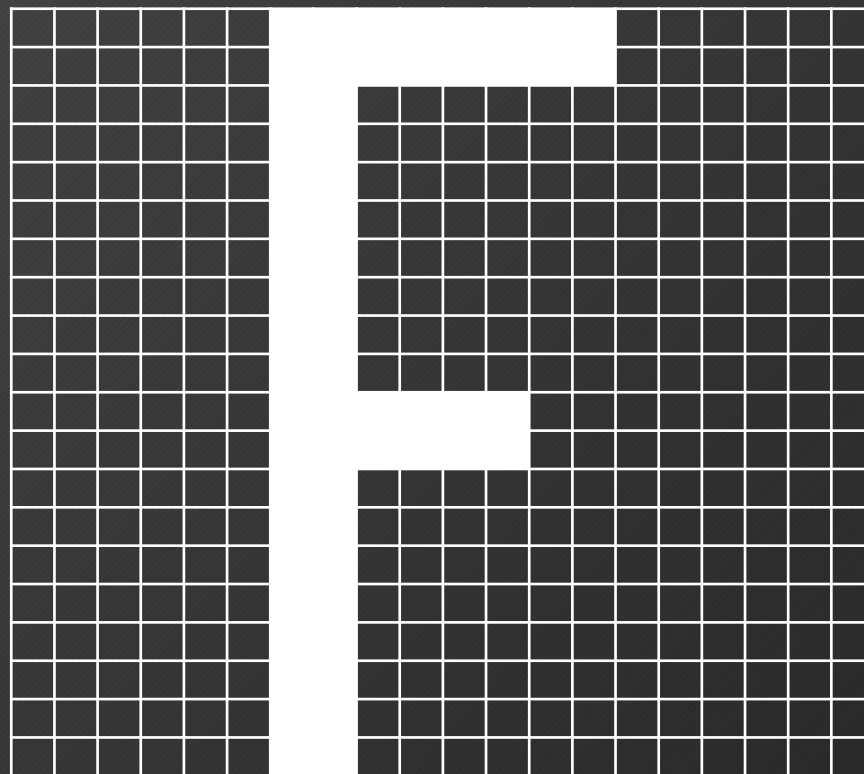
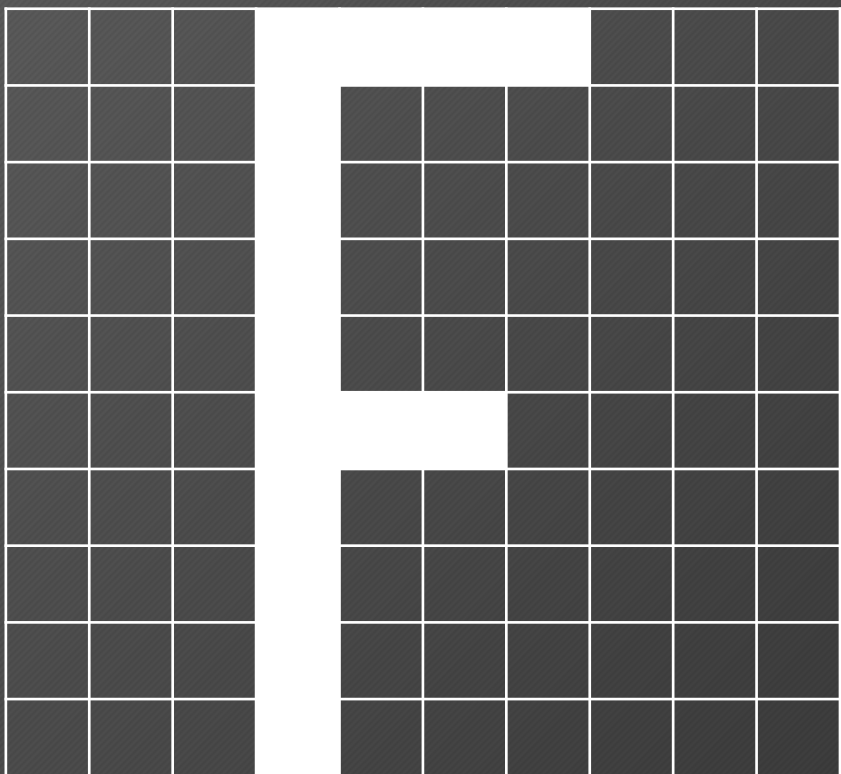
G(Green)

• بی رنگ ۲۵۵ سبز. بازه بین آن طیفی از شدت رنگ سبز.

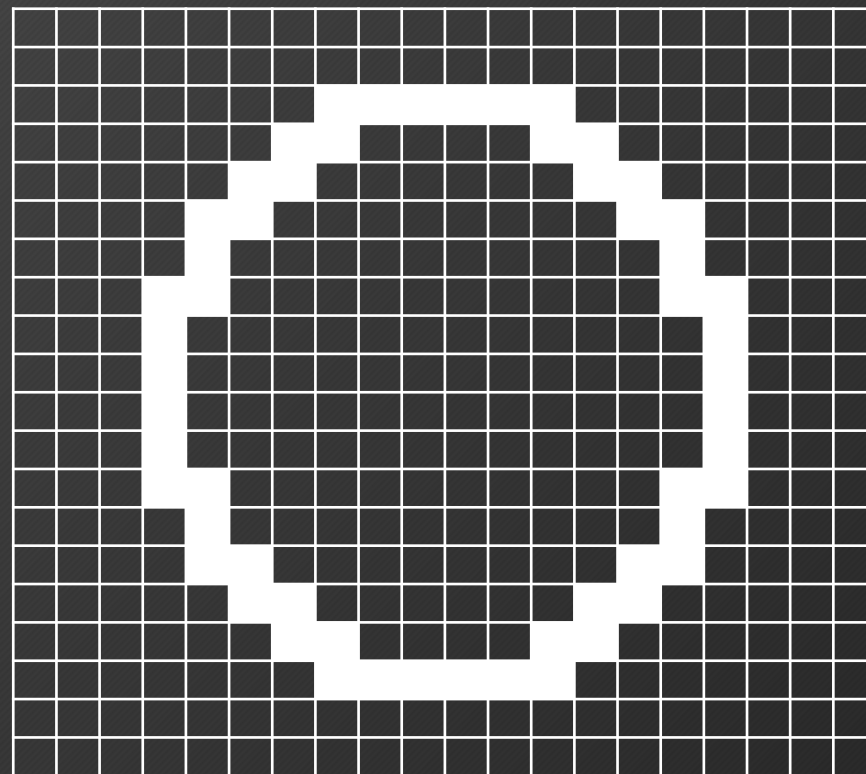
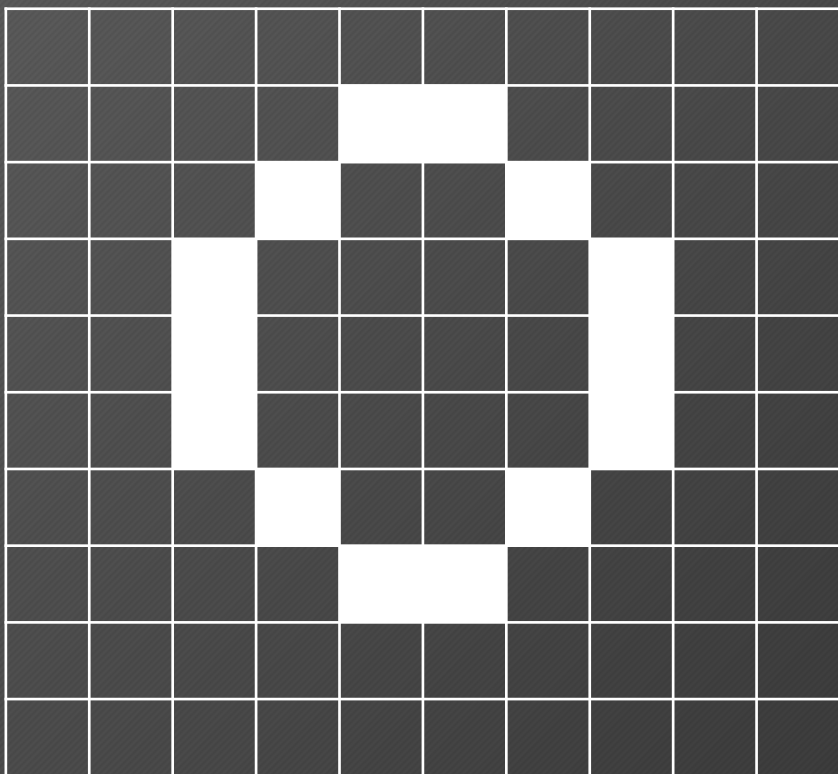
B(Blue)

• بی رنگ ۲۵۵ آبی. بازه بین آن طیفی از شدت رنگ آبی.

اساس تشكيل تصوير:



اساس تشكيل تصوير:



جلسه سوم:

فایل‌های گرافیکی

آنچه در این جلسه می‌خوانید:

۱- مقدمه

۲- روش نگاشت بیتی

۳- روش نمایش برداری

۴- مقایسه روش نگاشت بیتی و نمایش برداری

مقدمه:

به منظور نگهداری ماندگار اطلاعات بر روی رسانه‌های ذخیره‌سازی ثانویه, آنها در قالب فایل نگهداری می‌شوند. برای نگهداری فایل‌های گرافیکی بر خلاف فایل‌های متنی باید شیوه‌هایی برای کُدگذاری و کُدبرداری مشخصه‌های تصویر تعریف نمود که به این شیوه‌ها **قالب استاندارد نگهداری فایل‌های گرافیکی** می‌گویند.

- در حالت کلی دو روش اصلی و کاملاً متفاوت برای نمایش تصاویر گرافیکی وجود دارد که عبارتند از:
- روش نگاشت بیتی (**Bitmap**) که به آن نقشه پیکسلی یا رستر (**Raster**) نیز گفته می‌شود.
 - روش نمایش برداری (**Vector Representation**).

روش نگاشت بیتی:

این روش یکی از شیوه‌های متداول و پرکاربرد است که برای محدوده وسیعی از تصاویر کاربرد داشته و پیاده‌سازی آن نیز نسبتاً ساده است.

در این شیوه تصویر به صورت مشبک در آمده و به ازاء هر قطعه (پیکسل) میزان رنگ یا روشنایی آن به صورت جداگانه در فایل نوشته می‌شود.

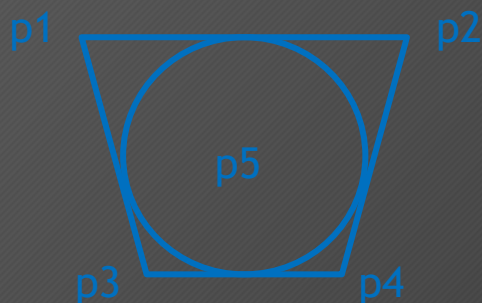
هرچه در ثبت تصویر از تعداد قطعات بیشتری استفاده شود، تصویر از وضوح بالاتری برخوردار است و فضای بیشتری را برحسب بایت اشغال خواهد نمود.

عکس‌های مناظر و نقاشی‌ها از این دسته‌اند.

بعضی از تصاویر در هنگام رقومی شدن (digitize) از الگوی نگاشت بیتی تبعیت می‌کنند (مانند دستگاه اسکنر).

روش نمایش برداری:

این شیوه برای نگهداری تصاویر ترسیمی مناسب است. در این روش تصویر به واسطه یکسری سمبل‌های خاص که هر یک معنی و مفهوم خاص خود را دارد، توصیف می‌شود. به عنوان مثال می‌توان شکل را با دستورات خاصی که شبیه دستورات زبان‌های برنامه‌نویسی هستند تشریح نمود. این دستورات می‌توانند داده‌های آسکی باشند که امکان ویرایش آنها با یک واژه‌پرداز نیز وجود دارد.



```
Line(p1,p2)
Line(p1,p3)
Line(p3,p4)
Line(p4,p2)
circle(p5,r)
```

مثال:

اشکال و طرح‌های ترسیمی با نرم‌افزار اُتوگِد.

هر بار که شکلی رسم می‌شود یکسری کلمات کلیدی (line, circle, ...) به همراه پارامترهای ترسیمی در فایل ثبت می‌گردد.

برای اشکال
ترسیمی و
رنگ‌های
ساده مناسب

اگر نوشته در
تصویر وجود
داشته باشد
موقعیت، نوع
فونت و رنگ
آن به صورت
کاراکتری در
فایل ذکر
می‌شود

مقایسه روش نگاشت بیتی و نمایش برداری:

مزیت روش نگاشت بیتی:

- با روش نگاشت بیتی هر تصویر قابل نمایش را می‌توان ثبت نمود.

معایب روش نگاشت بیتی:

- اندازه بزرگ فایل
- انعطاف‌پذیری پایین در هنگام تغییر تصویر
- انعطاف‌پذیری پایین به لحاظ ثبات کیفیت

مزیت روش نمایش برداری:

- انعطاف‌پذیری قابل قبول

معایب روش نمایش برداری:

- عدم توانایی در نمایش تصاویر مختلف
- ...

جلسه چهارم:

الگوهای ریاضی ترسیمات گرافیکی

آنچه در این جلسه می خوانید:

- ۱- مقدمه
- ۲- تقسیمات مود متن
- ۳- رسم خط
- ۴- توصیف هندسی خط
- ۵- الگوریتم های ترسیم خط
- ۶- الگوریتم DDA

مقدمه:

برای تشریح ساده‌تر تصاویر ترسیمی، می‌توان آنها را مجموعه‌ای از اشکال ساده (مانند نقطه، پاره خط، منحنی و ...) دانست که در کنار یکدیگر، اشکال پیچیده‌تر را بوجود آورده‌اند.

مود متن: ۲۵×۸۰

0 1 2

78 79

0

1

2

B

• • • •

•

•

•

23

24

رسم خط:

برای ترسیم خط می‌بایست نقاطی در راستای خط روشن شوند. هر چه مقیاس‌گذاری نقاط در راستای X و Y کوچکتر باشد، از نقاط بیشتری برای ترسیمات استفاده شده و در خط هموارتر بنظر خواهد رسید.

مقیاس‌گذاری محورهای مختصات متناظر با قدرت تفکیک صفحه نمایش است.

■ **رسم نقطه در نقطه متناظر X و Y :**

`setpixel(x,y)`

■ **بازیابی مقدار فعلی نقطه X و Y از بافر فریم:**

`getpixel(x,y)`

توصیف هندسی خط:

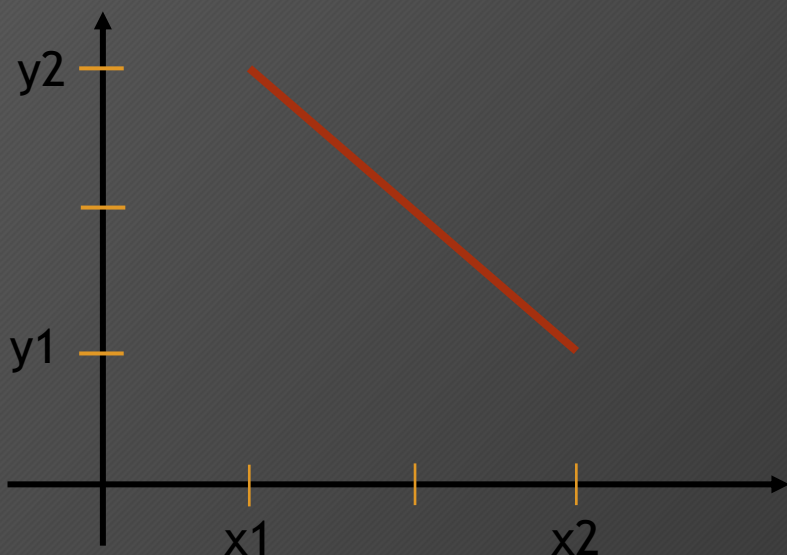
معادله خط در هندسه به صورت زیر است:

$$y = mx + b$$

m = شیب خط (ضریب زاویه) b = عرض از مبدأ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$b = y_1 - m.x_1$$



با استفاده از روابط فوق می توان مسیر و شیب خط را تحلیل نمود.

توصیف هندسی خط:

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{m}$$

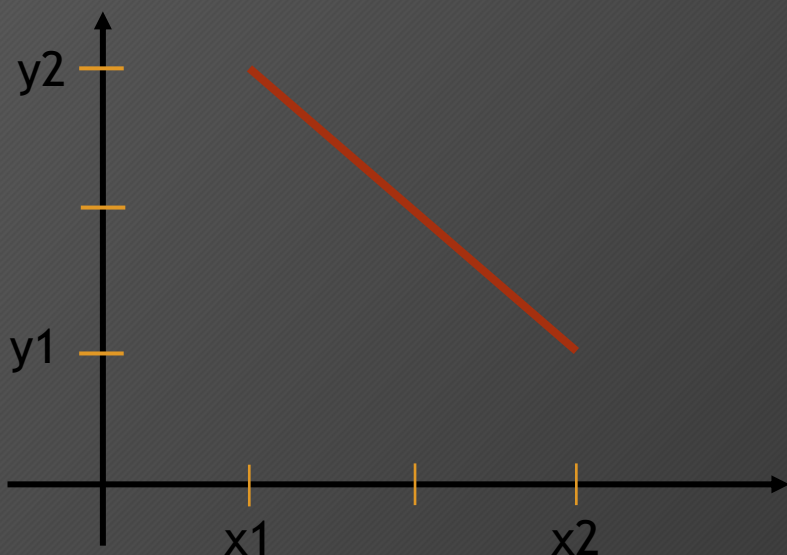
$$\Delta y = m \cdot \Delta x$$

Δx = تغییرات مقادیر x در راستای محور طول

Δy = تغییرات مقادیر y در راستای محور عرض

$$x = (x_1, y_2) = (1, 3)$$

$$y = (x_2, y_1) = (3, 1)$$



اگر $|m| > 1$ شیب تند و تغییرات x نسبت به y کمتر است.
اگر $|m| < 1$ شیب ملایم و تغییرات y نسبت به x کمتر است.
اگر $|m| = 1$ شیب ۴۵ درجه و $\Delta x = \Delta y$

الگوریتم‌های ترسیم خط:

هدف از بررسی الگوریتم‌های ترسیم خط آن است که نقاط روشن شونده در راستای مسیر خط به بهترین نحو مشخص گردند، به گونه‌ای که خط با تقریب دقیقی از خط واقعی ترسیم گردد.

الگوریتم‌های ترسیم خط:

- الگوریتم تحلیل اختلاف رقومی (DDA (Digital Differential Analyzer)
- الگوریتم برسنهام (Bresenham)

الگوریتم تحلیل اختلافات رقومی (DDA):

این الگوریتم بر پایه محاسبه و تحلیل تغییرات در راستای x و y استوار است. به سادگی می‌توان در محور مختصات بر مبنای واحد صحیح، تغییرات را بدست آورده و نزدیکترین مقادیر صحیح نسبت به مسیر خط را تعیین نمود.

حالت‌های مختلف ترسیم خط در الگوریتم DDA:

۱- اگر $|m| < 1$ باشد، مقادیر x و y از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$y_{k+1} = y_k + m \quad x_{k+1} = x_k + 1$$

۲- اگر $|m| > 1$ باشد، مقادیر x و y از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \quad y_{k+1} = y_k + 1$$

نکته:

اگر شیب خط
($m=1$)

مساوی یک

بود، از هر

کدام از

حالت‌های ۱ یا ۲

می‌توان

استفاده کرد.

نکته:

اگر شیب خط (m) عدد اعشاری شد، آنرا به نزدیکترین عدد صحیح گرد می‌کنند.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 2}{9 - 2} = \frac{3}{7} < 1$$

2

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 2 + 0 = 2, & x_2 = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 2}{9 - 3} = \frac{3}{6} < 1$$

3

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 2 + 1 = 3, & x_2 = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{9 - 4} = \frac{2}{5} < 1$$

4

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 3 + 0 = 3, & x_2 = 4 + 1 = 5 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{9 - 5} = \frac{2}{4} < 1$$

5

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 3 + 1 = 4, & x_2 = 5 + 1 = 6 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 4}{9 - 6} = \frac{1}{3} < 1$$

6

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 4 + 0 = 4, & x_2 = 6 + 1 = 7 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 4}{9 - 7} = \frac{1}{2} < 1$$

7

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m, & x_{k+1} = x_k + 1 \\ y_2 = y_1 + m, & x_2 = x_1 + 1 \\ y_2 = 4 + 1 = 5, & x_2 = 7 + 1 = 8 \end{cases}$$

1	(2,2)
2	$(2+1, 2+\frac{3}{7}) = (3,2)$
3	$(3+1, 2+\frac{1}{2}) = (4,3)$
4	$(4+1, 3+\frac{2}{5}) = (5,3)$
5	$(5+1, 3+\frac{1}{2}) = (6,4)$
6	$(6+1, 4+\frac{1}{3}) = (7,4)$
7	$(7+1, 4+\frac{1}{2}) = (8,5)$
8	(9,5)

مثال:

ترسیم

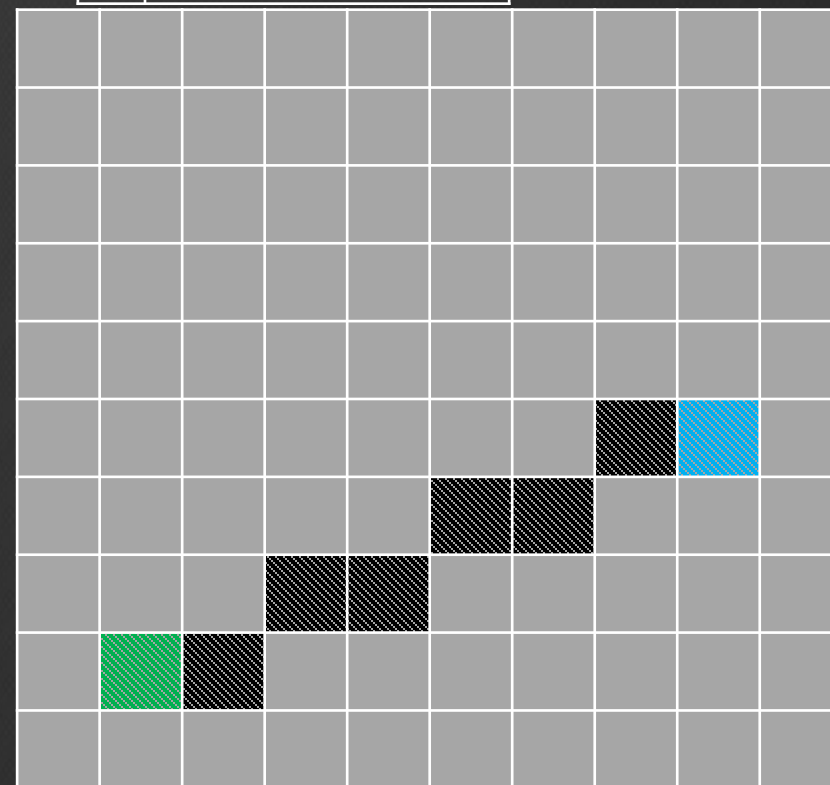
خط از

نقطه

a(2,2)

به

b(9,5)



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 3}{5 - 2} = \frac{5}{3} > 1$$

2

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + 1, & x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \\ y_2 = y_1 + 1, & x_2 = x_1 + \frac{1}{m} \\ y_2 = 3 + 1 = 4, & x_2 = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 4}{5 - 3} = \frac{4}{2} > 1$$

3

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + 1, & x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \\ y_2 = y_1 + 1, & x_2 = x_1 + \frac{1}{m} \\ y_2 = 4 + 1 = 5, & x_2 = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 5}{5 - 4} = \frac{3}{1} > 1$$

4

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + 1, & x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \\ y_2 = y_1 + 1, & x_2 = x_1 + \frac{1}{m} \\ y_2 = 5 + 1 = 6, & x_2 = 4 + 0 = 4 \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 6}{5 - 4} = \frac{2}{1} > 1$$

5

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + 1, & x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \\ y_2 = y_1 + 1, & x_2 = x_1 + \frac{1}{m} \\ y_2 = 6 + 1 = 7, & x_2 = 4 + 1 = 5 \end{cases}$$

1	(2,3)
2	$(2+\frac{3}{5}, 3+1) = (3,4)$
3	$(3+\frac{1}{2}, 4+1) = (4,5)$
4	$(4+\frac{1}{3}, 5+1) = (4,6)$
5	$(4+\frac{1}{2}, 6+1) = (5,7)$
6	(5,8)

مثال:

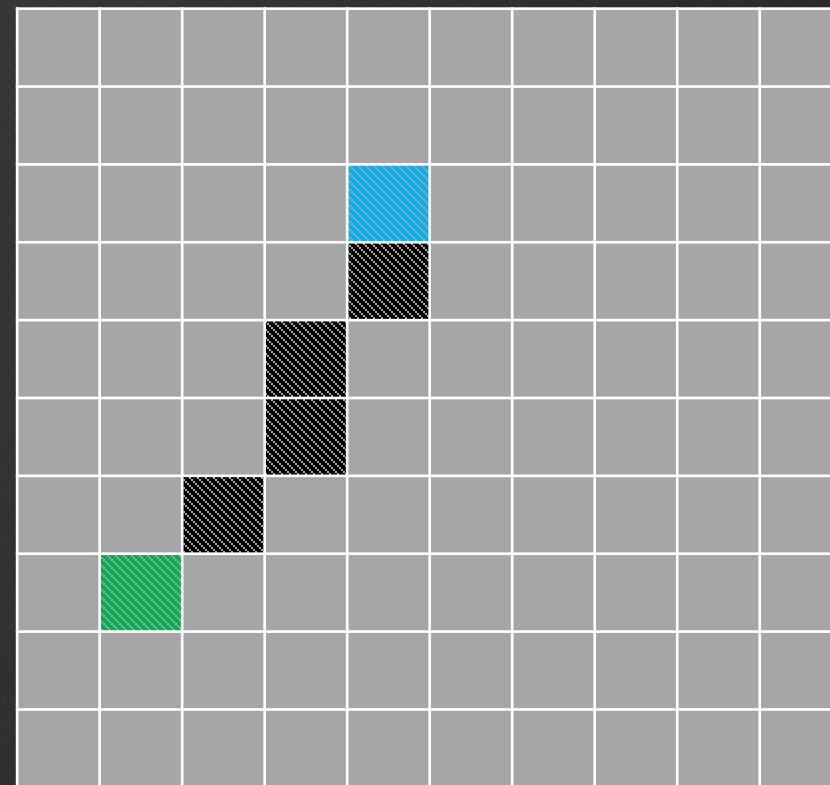
ترسیم
خط از

نقطه

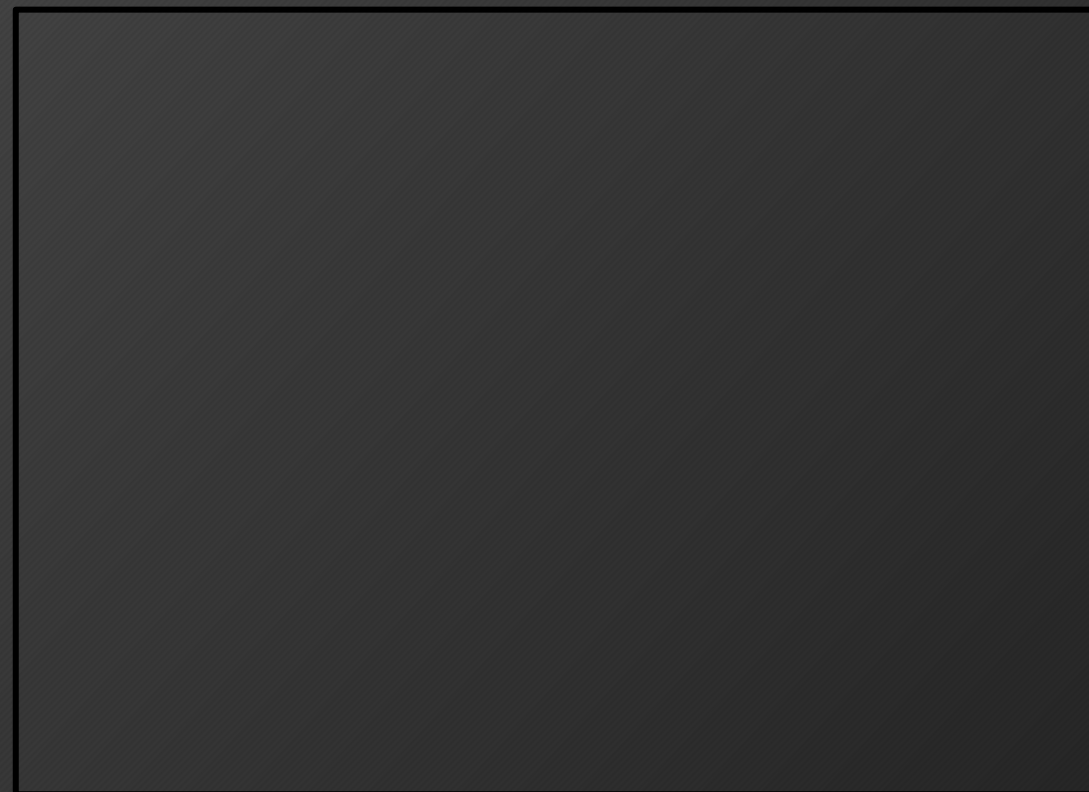
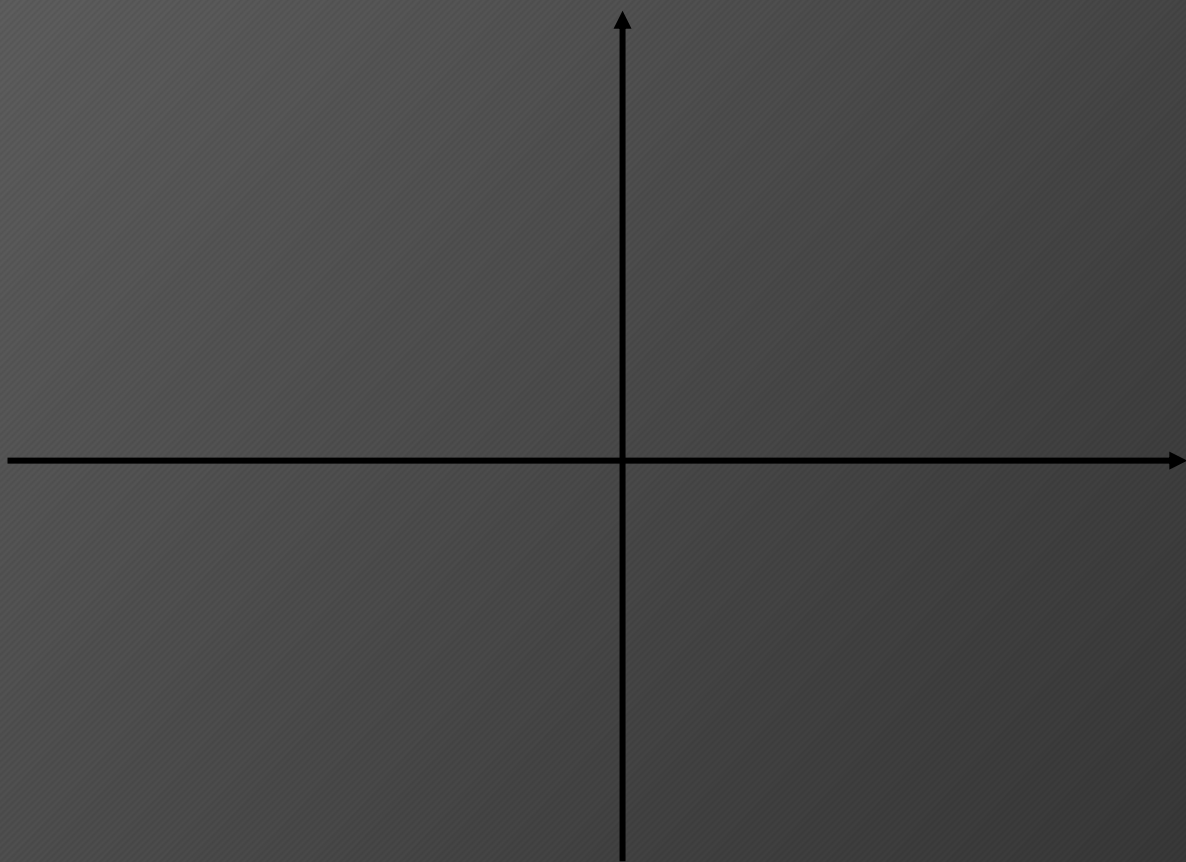
$a(2,3)$

به

$b(5,8)$



نواحی مختلف برای ترسیم خط:



تمرین:

با استفاده از الگوریتم DDA خط‌های زیر را رسم کنید.
(هر محاسبات جدا نوشته شود)
(هر خط در صفحه شطرنجی جدا رسم گردد)

- ۱- خطی از نقطه $a(1,7)$ به نقطه $b(4,1)$
- ۲- خطی از نقطه $c(2,5)$ به نقطه $d(7,2)$

جلسہ پنجم:

الگوریتم بر سنہام

آنچه در این جلسه می خوانید:

۱- رسم خط توسط الگوریتم برسنهام

رسم خط توسط الگوریتم برسنهام:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

اگر شیب خط کمتر مساوی ۱ بود ($m \leq 1$):

۱- مقادیر Δx , Δy , $2\Delta x$ و $2\Delta y$ باید محاسبه شوند.

۲- سپس پارامتر تصمیم‌گیری P_k باید محاسبه گردد:

$$P_k = 2\Delta y - \Delta x$$

الف) اگر P_k مثبت باشد، نقطه بعدی برابر (x_k+1, y_k+1) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$

ب) اگر P_k منفی باشد، نقطه بعدی برابر (x_k+1, y_k) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2\Delta y$$

ج) اگر P_k صفر باشد، از هر کدام از دو مرحله بالا می‌توان استفاده کرد.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 9 - 2 = 7$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 8 - 1 = 7$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7}{7} = 1$$

$$P_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

$$P_k < 0$$

$$P_k > 0$$

$$P_k = P_k + 2\Delta y$$

$$P_k = P_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$

$$P_0 = 2\Delta y - \Delta x = 14 - 7 = 7$$

$$P_1 = P_0 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

$$P_2 = P_1 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

$$P_3 = P_2 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

$$P_4 = P_3 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

$$P_5 = P_4 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

$$P_6 = P_5 + 2\Delta y - 2\Delta x = 7 + 14 - 14 = 7$$

k	P _k	نقطه بعدی
0	7	(3,2)
1	7	(4,3)
2	7	(5,4)
3	7	(6,5)
4	7	(7,6)
5	7	(8,7)
6	7	(9,8)

مثال:

ترسیم

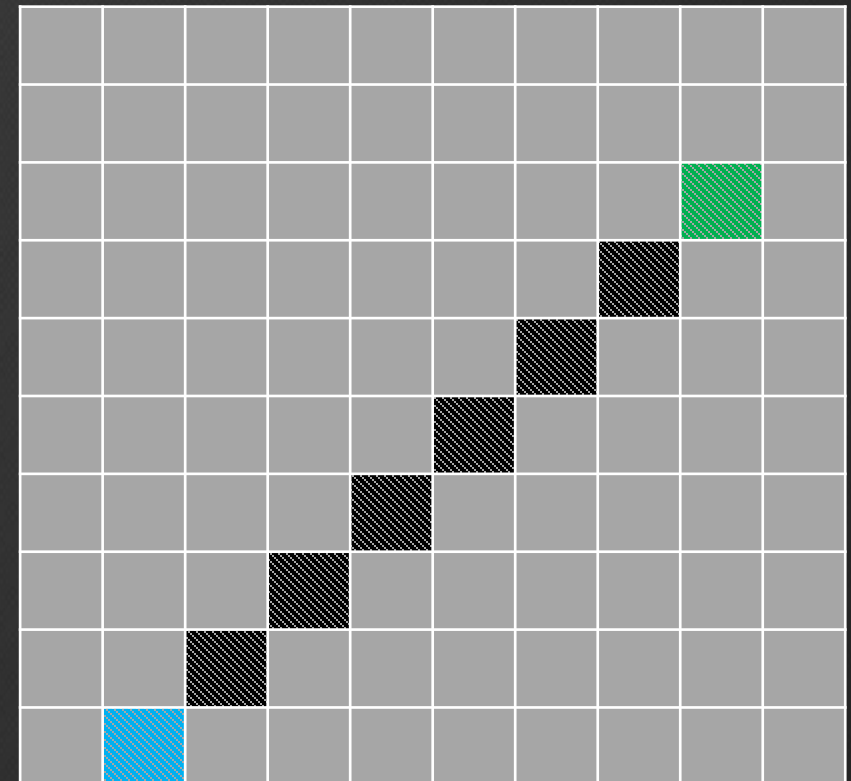
خط از

نقطه

a(2,1)

به

b(9,8)



رسم خط توسط الگوریتم برسنهام:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

اگر شیب خط بیشتر از ۱ بود ($m > 1$):

۱- مقادیر Δx , Δy , $2\Delta x$ و $2\Delta y$ باید محاسبه شوند.

۲- سپس پارامتر تصمیم‌گیری P_k باید محاسبه گردد:

$$P_k = 2\Delta x - \Delta y$$

الف) اگر P_k مثبت باشد، نقطه بعدی برابر (x_k+1, y_k+1) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2\Delta x - 2\Delta y$$

ب) اگر P_k منفی باشد، نقطه بعدی برابر (x_k, y_k+1) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می‌آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2\Delta x$$

ج) اگر P_k صفر باشد، از هر کدام از دو مرحله بالا می‌توان استفاده کرد.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5 - 2 = 3$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 8 - 3 = 5$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5}{3} > 1$$

$$P_0 = 2\Delta x - \Delta y$$

$$P_k < 0$$

$$P_k > 0$$

$$P_k = P_k + 2\Delta x$$

$$P_k = P_k + 2\Delta x - 2\Delta y$$

$$P_0 = 2\Delta x - \Delta y = 6 - 5 = 1$$

$$P_1 = P_0 + 2\Delta x - 2\Delta y = 1 + 6 - 10 = -3$$

$$P_2 = P_1 + 2\Delta x = -3 + 6 = 3$$

$$P_3 = P_2 + 2\Delta x - 2\Delta y = 3 + 6 - 10 = -1$$

$$P_4 = P_3 + 2\Delta x = -1 + 6 = 5$$

k	P_k	نقطه بعدی
0	1	(3,4)
1	-3	(3,5)
2	3	(4,6)
3	-1	(4,7)
4	5	(5,8)

مثال:

ترسیم

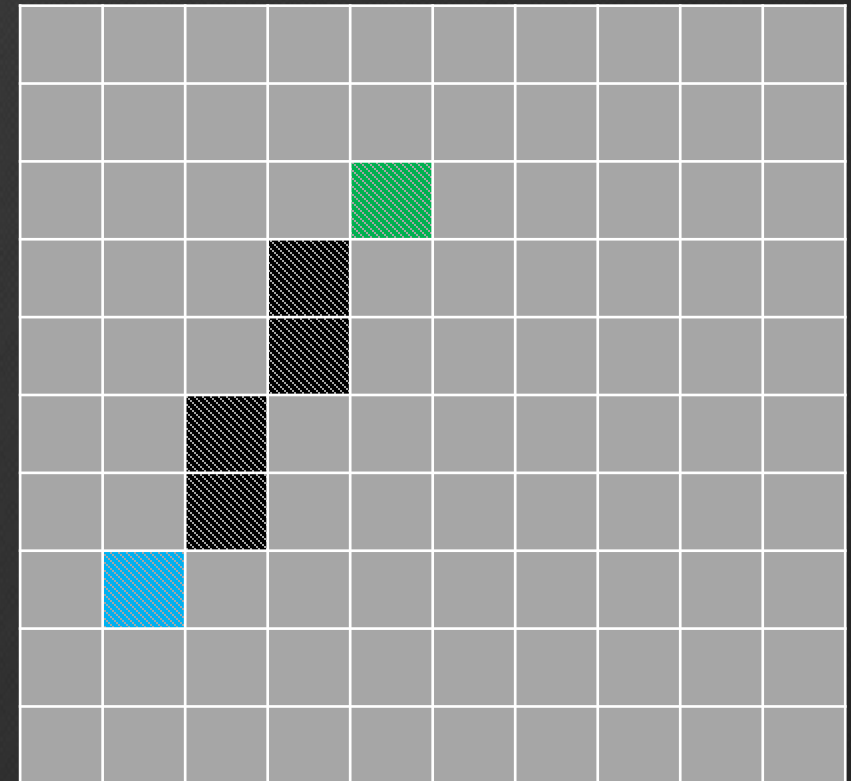
خط از

نقطه

$a(2,3)$

به

$b(5,8)$



تمرین:

با استفاده از الگوریتم برسِنه‌ام خط‌های زیر را رسم کنید.
(هر محاسبات جدا نوشته شود)
(هر خط در صفحه شطرنجی جدا رسم گردد)

- ۱- خطی از نقطه $a(1,7)$ به نقطه $b(4,1)$
- ۲- خطی از نقطه $c(2,5)$ به نقطه $d(7,2)$

جلسه ششم:

الگوریتم ترسیم دایره

آنچه در این جلسه می خوانید:

- ۱- الگوریتم ترسیم دایره
- ۲- ویژگی های دایره
- ۳- الگوریتم ترسیم دایره به روش نقطه میانی (Midpoint)

الگوریتم ترسیم دایره:

دایره یا کمانی از آن، از جمله اجزایی است که به وفور در تصاویر و ترسیمات گرافیکی به چشم می‌خورند.

اغلب در بسته‌های گرافیکی، روالی برای ترسیم دایره و یا بخشی از آن وجود دارد که این روال می‌تواند هم برای ترسیم دایره و هم برای ترسیم بخشی از آن به صورت کمان و یا حتی منحنی‌های بیضی شکل مورد استفاده قرار گیرد.

ویژگی‌های دایره:

دایره مجموعه‌ای از نقاط است که فاصله آنها از نقطه‌ای موسوم به مرکز، به مختصات (x_c, y_c) برابر مقدار ثابت r (شعاع) است. این رابطه به صورت زیر قابل تعریف است:

$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2$$

با استفاده از رابطه فوق می‌توان مختصات نقاطی را که در راستای محیط دایره هستند، بدست آورد.

الگوریتم ترسیم دایره به روش نقطه میانی (Midpoint):

برای رسم دایره، به منظور سهولت محاسبات ریاضی مربوطه، دایره مزبور در مرکز $(0,0)$ ترسیم می‌گردد و سپس تفاوت مکان X_c و Y_c به منظور انتقال دایره به موقعیت اصلی اعمال می‌شود.

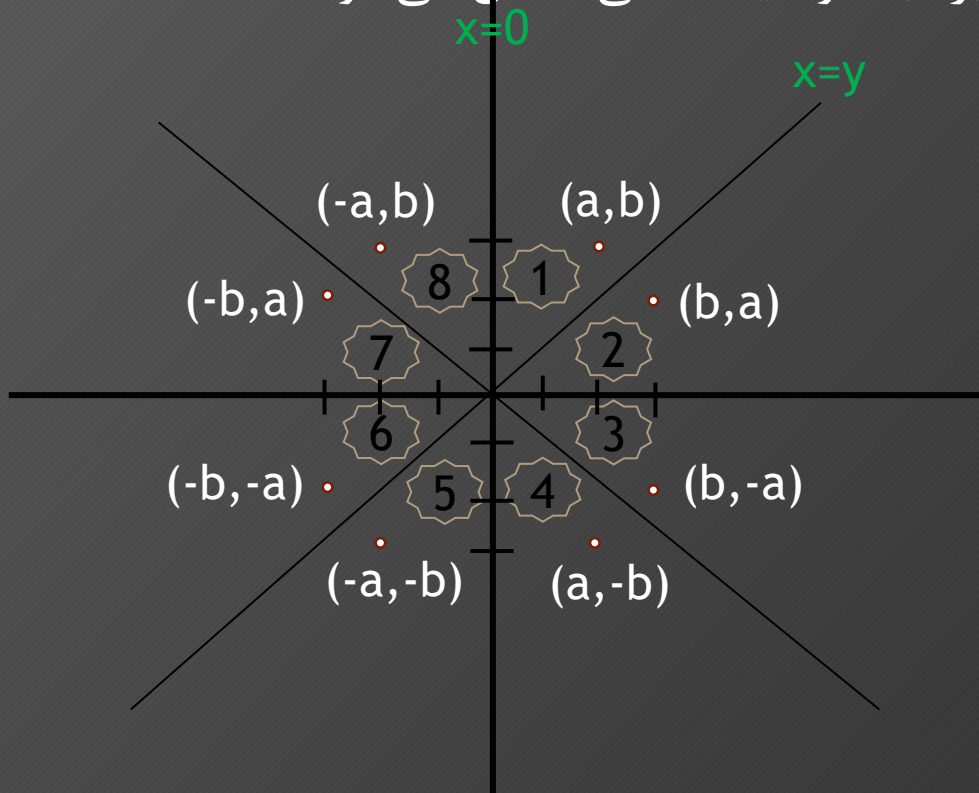
ابتدا بخشی از دایره واقع بین محور عمودی

$x=0$ الی خط $x=y$ ترسیم می‌گردد

(یک هشتم کل دایره).

سپس با قرینه‌یابی، دایره

به صورت کامل ترسیم می‌گردد.



الگوریتم ترسیم دایره به روش نقطه میانی (Midpoint):

• در ناحیه ۱, مقدار X همیشه در حال افزایش است ولی کاهش Y مشخص نیست.

۱- نقطه شروع $(x_0, y_0) = (0, r)$ در نظر گرفته می شود.

۲- سپس پارامتر تصمیم گیری P_k باید محاسبه گردد:

$$P_k = \frac{5}{4} - r$$

نکته: در صورت اعشاری شدن, باید به نزدیکترین عدد صحیح گرد گردد.

الف) اگر P_k منفی باشد, نقطه بعدی برابر (x_k+1, y_k) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} + 1$$

ب) اگر P_k صفر یا مثبت باشد, نقطه بعدی برابر (x_k+1, y_k-1) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} - 2y_{k+1} + 1$$

$$(x_0, y_0) = (0, r) = (0, 10)$$

نقطه شروع

$$P_k = \frac{5}{4} - r = \frac{5}{4} - 10 = 1 - 10 = -9$$

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} + 1 = -9 + 2 + 1 = -6$$

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} + 1 = -6 + 4 + 1 = -1$$

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} + 1 = -1 + 6 + 1 = 6$$

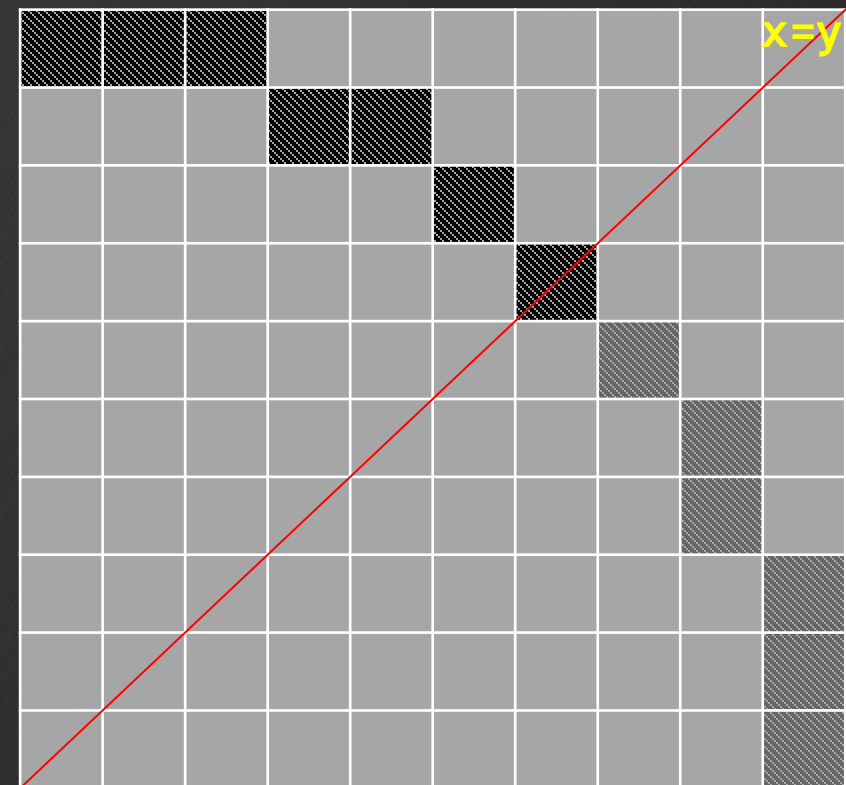
$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} - 2y_{k+1} + 1 = 6 + 8 - 18 + 1 = -3$$

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} + 1 = -3 + 10 + 1 = 8$$

$$P_{k+1} = P_k + 2x_{k+1} - 2y_{k+1} + 1 = 8 + 12 - 16 + 1 = 5$$

k	P_k	نقطه بعدی
0	-9	(1,10)
1	-6	(2,10)
2	-1	(3,10)
3	6	(4,9)
4	-3	(5,9)
5	8	(6,8)
6	5	(7,7)

مثال:
ترسیم
دایره‌ای
به شعاع
۱۰



تمرین:

با استفاده از الگوریتم ترسیم دایره به روش نقطه میانی، دایره‌ای به شعاع ۷، و مرکز مختصات رسم کنید. سپس مرکز دایره را به نقطه $(3, 4)$ انتقال دهید.

(هر محاسبات جدا نوشته شود)

(دایره در صفحه شطرنجی رسم گردد)

جلسہ ہفتم:

الگوریتم ترسیم بیضی

آنچه در این جلسه می خوانید:

۱- الگوریتم ترسیم بیضی

۲- ویژگی های بیضی

۳- الگوریتم ترسیم بیضی به روش نقطه میانی (Midpoint)

الگوریتم ترسیم دایره:

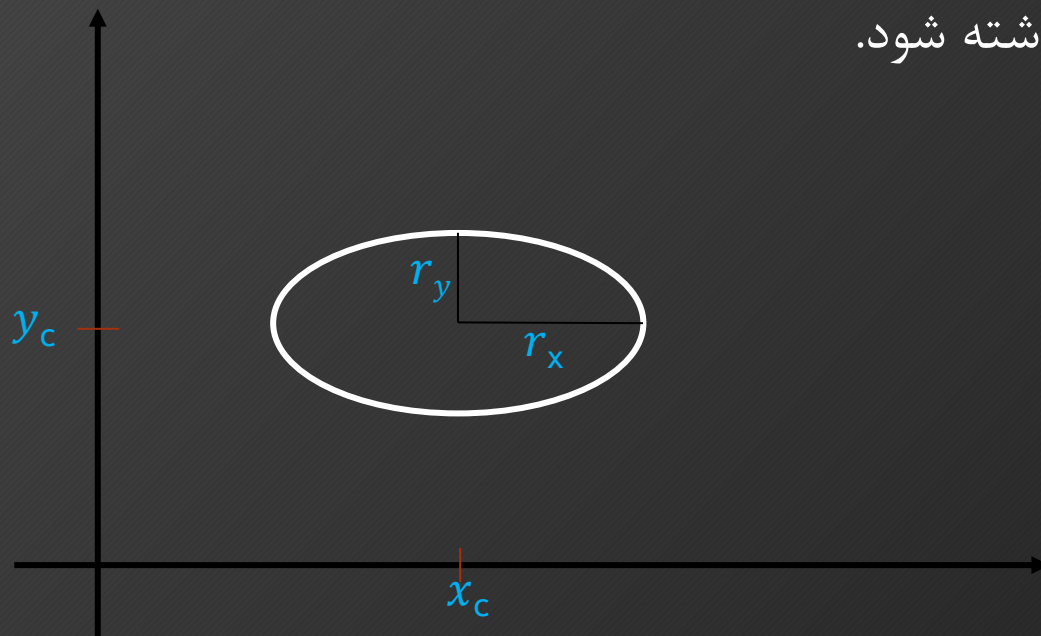
در اصطلاح عامیانه، بیضی یک دایره دراز است. از همین رو بیضی می‌تواند با اعمال تغییراتی در روال ترسیم دایره بوجود آید. بدین ترتیب که مقادیر تفاوت قطر در راستای محورهای اصلی و فرعی دریافت می‌شود و میزان کشیدگی بیضی اعمال می‌گردد.

ویژگی‌های بیضی:

بیضی به واسطه مجموعه‌ای از نقاط که مجموع فواصل آنها از دو نقطه ثابت به نام‌های کانون، برابر مقدار ثابتی است، تعریف می‌شود.

در صورتی که محورها اصلی و فرعی بیضی به موازات محوره‌های X و Y قرار گیرند، معادله بیضی و ترسیم آن فوق‌العاده ساده می‌گردد. تحت این شرایط معادله بیضی می‌تواند به صورت زیر بر حسب r_x و r_y نوشته شود.

$$\left(\frac{x-x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y-y_c}{r_y}\right)^2 = 1$$



الگوریتم ترسیم بیضی به روش نقطه میانی (Midpoint):

برای رسم بیضی، به منظور سهولت محاسبات ریاضی مربوطه، بیضی مزبور در مرکز $(0,0)$ ترسیم می‌گردد و سپس تفاوت مکان X_c و Y_c به منظور انتقال بیضی به موقعیت اصلی اعمال می‌شود.

$x=0$

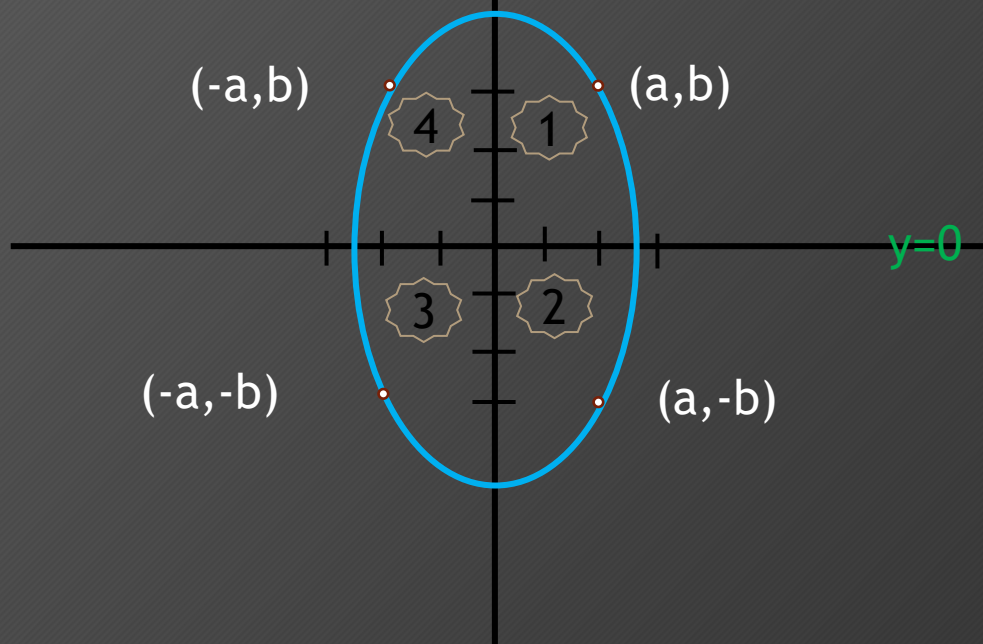
ابتدا بخشی از بیضی واقع بین محور عمودی

$x=0$ الی محور افقی $y=0$ ترسیم می‌گردد

(یک چهارم کل بیضی).

سپس با قرینه‌یابی، بیضی

به صورت کامل ترسیم می‌گردد.



الگوریتم ترسیم بیضی به روش نقطه میانی (Midpoint):

۱- نقطه شروع $(x_0, y_0) = (0, r_y)$ در نظر گرفته می شود.

۲- سپس پارامتر تصمیم گیری P_k باید محاسبه گردد:

$$P_k = r_y^2 - r_x^2 \cdot r_y - \frac{1}{4} r_x^2$$

الف) اگر P_k منفی باشد، نقطه بعدی برابر (x_{k+1}, y_k) است و P_k بعدی از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} + r_y^2$$

ب) اگر P_k صفر یا مثبت باشد، نقطه بعدی برابر (x_{k+1}, y_{k-1}) است و P_k بعدی از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_y^2$$

۳- مراحل فوق تا هنگامی که $2r_y^2 \cdot x \leq 2r_x^2 \cdot y$ است، ادامه می یابد.

الگوریتم ترسیم بیضی به روش نقطه میانی (Midpoint):

۴- آخرین مقدار بدست آمده در مرحله قبلی، مقدار اولیه شروع در این مرحله است. (x_0, y_0)

۵- سپس پارامتر تصمیم گیری P_k باید محاسبه گردد:

$$P_k = r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 \cdot r_y^2$$

الف) اگر P_k مثبت باشد، نقطه بعدی برابر (x_k, y_{k-1}) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_x^2$$

ب) اگر P_k صفر یا منفی باشد، نقطه بعدی برابر (x_{k+1}, y_{k-1}) است و P_k بعدی از رابطه روبرو بدست می آید:

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_x^2$$

۳- مراحل فوق تا هنگامی که به خط $y=0$ رسیده شود، ادامه می یابد.

$$(x_0, y_0) = (0, r_y) = (0, 6)$$

نقطه شروع

$$P_k = r_y^2 - r_x^2 \cdot r_y - \frac{1}{4} r_x^2 = 36 - 64 * 6 - \frac{1}{4} * 64 = -364$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} + r_y^2 = -364 + 2*36*1 + 36 = -256$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} + r_y^2 = -256 + 2*36*2 + 36 = -76$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} + r_y^2 = -76 + 2*36*3 + 36 = 176$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_y^2 = 176 + 2*36*4 - 2*64*5 + 36 = -140$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} + r_y^2 = -140 + 2*36*5 + 36 = 256$$

$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_y^2 = 256 + 2*36*6 - 2*64*4 + 36 = 212$$

$$(x_0, y_0) = (7, 3)$$

نقطه شروع

$$P_k = r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 \cdot r_y^2 = 36(7+0.5)^2 + 64(3-1)^2 - 36*64 = -23$$

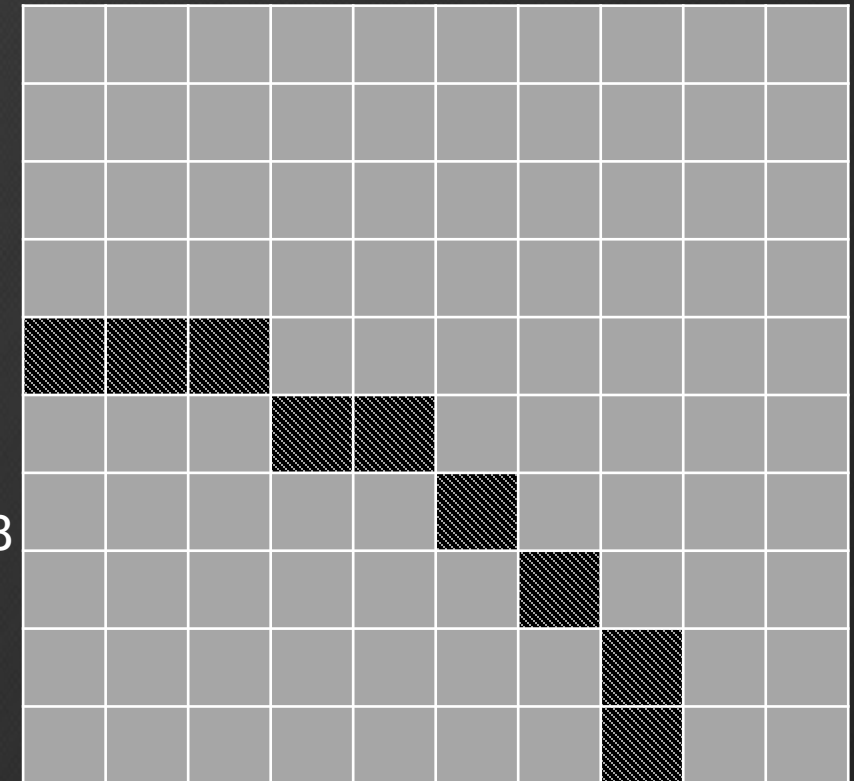
$$P_{k+1} = P_k + 2r_y^2 \cdot x_{k+1} - 2r_x^2 \cdot y_{k+1} + r_x^2 = -23 + 2*36*8 - 2*64*2 + 64 = 361$$

k	P _k	نقطه بعدی
0	-364	(1,6)
1	-256	(2,6)
2	-76	(3,6)
3	176	(4,5)
4	-140	(5,5)
5	256	(6,4)
6	212	(7,3)

k	P _k	نقطه بعدی
0	-23	(8,2)
1	361	(8,1)

مثال:

ترسیم
بیضی با
پارامترهای
 $r_x=8$
و
 $r_y=6$



تمرین:

با استفاده از الگوریتم ترسیم بیضی به روش نقطه میانی، یک بیضی با پارامترهای $r_x=6$ و $r_y=8$ و مرکز مختصات رسم کنید. سپس مرکز بیضی را به نقطه $(4,3)$ انتقال دهید.

(هر محاسبات جدا نوشته شود)

(بیضی در صفحه شطرنجی رسم گردد)

جلسه هشتم:

تبدیلات دو بُعدی هندسی

آنچه در این جلسه می خوانید:

۱- مقدمه

۲- انتقال

۳- دوران

مقدمه:

همانگونه که قبلاً نیز اشاره شد یکی از کاربردهای وسیع گرافیک کامپیوتری در بسته‌های نرم‌افزاری طراحی و نقشه‌کشی (CAD) است. در این بسته‌های نرم‌افزاری، طراحان به کرات نیازمند اعمال تغییرات ضروری بر روی اجزاء ترسیم شده هستند. ترسیم کل طرح نیز برای این منظور منطقی به نظر نمی‌رسد. از همین رو، می‌بایست امکاناتی در این ابزارها در اختیار طراحان قرار داده شود تا با سهولت و صرف کمترین زمان ممکن بتوان به خواسته‌های مورد نظر رسید.

از جمله مهمترین این تبدیلات **جابجایی**، **چرخش**، **تغییر اندازه**، **تبدیلات تلفیقی** و **انعکاس** می‌باشد.

انتقال:

انتقال تبدیلی است که به واسطه آن یک شکل در راستای یک خط مستقیم از مکانی در محور مختصات به مکان دیگری تغییر مکان می‌دهد.

به منظور جابجایی یک نقطه در مختصات دوبعدی، می‌توان فواصل جابجایی در راستای محورهای مختصات را که t_x و t_y نامیده می‌شوند را به موقعیت نقطه فعلی در محور مختصات (x, y) اضافه کرد.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \text{نقطه جدید}$$

برای جابجایی اشکال، می‌توان نقاط رئوس آن را جابجا نمود.
برای جابجایی دایره یا بیضی می‌توان مرکز شکل را جابجا نمود.

دوران:

دوران در مختصات دُو بُعدی، تبدیلی است که تحت آن شئی در راستای یک مسیر دایره‌ای جابجا می‌گردد.

برای داشتن یک تبدیل دوران به دو پارامتر نیاز است:

- ۱- مرکز دوران (x_r, y_r) که به آن نقطه چرخش (محور دوران) می‌گویند.
- ۲- زاویه دوران θ که مشخص کننده میزان چرخش حول نقطه چرخش است.

به صورت قراردادی، مقادیر مثبت زاویه دوران (θ) نشان دهنده چرخش شئی در خلاف حرکت عقربه‌های ساعت است.

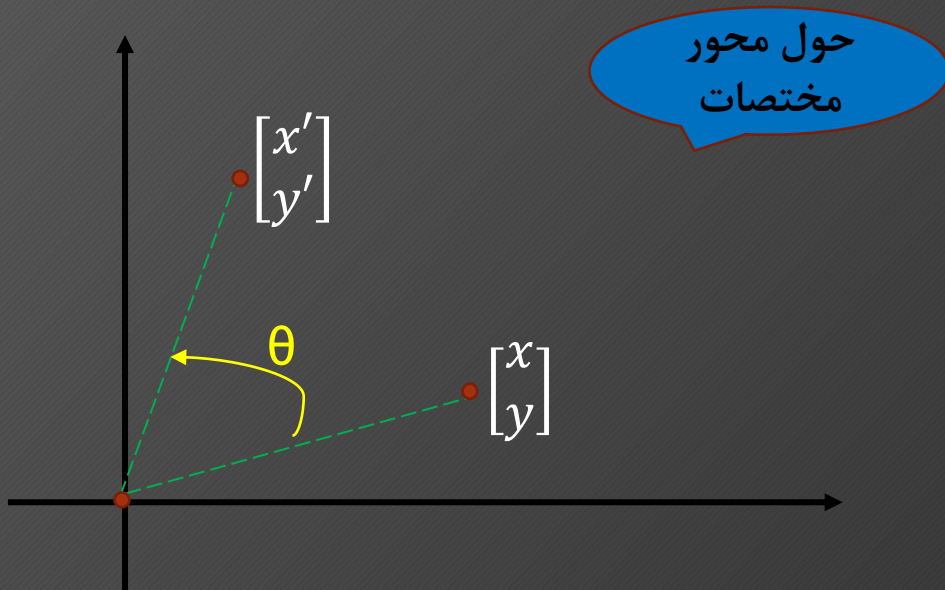
$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ if } \theta > 0$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ if } \theta < 0$$

دوران:

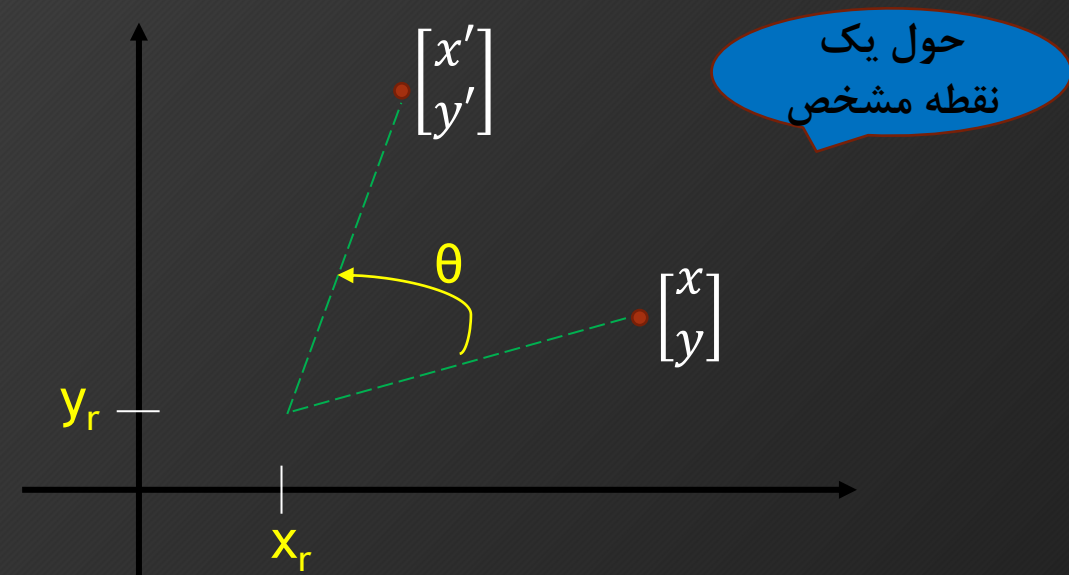
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

نقطه جدید نقطه فعلی



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r + (x - x_r)\cos\theta - (y - y_r)\sin\theta \\ y_r + (x - x_r)\sin\theta + (y - y_r)\cos\theta \end{bmatrix}$$

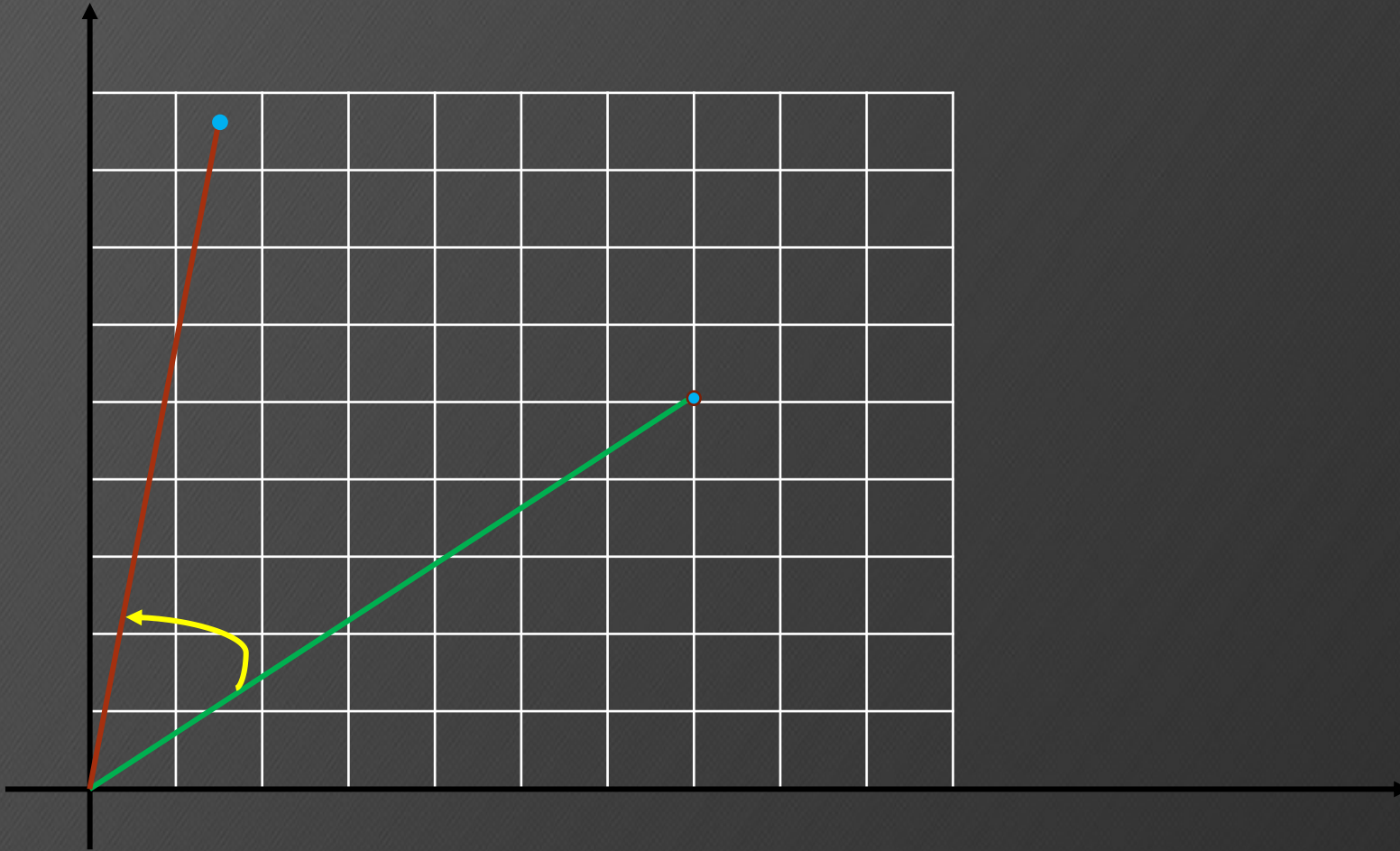
نقطه جدید



مثال:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45 & -\sin 45 \\ \sin 45 & \cos 45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.7 * 7) + (-0.7 * 5) \\ (0.7 * 7) + (0.7 * 5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 8.4 \end{bmatrix}$$

چرخش نقطه‌ای به مختصات
 $\begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ با زاویه ۴۵ درجه حول مبدأ
مختصات



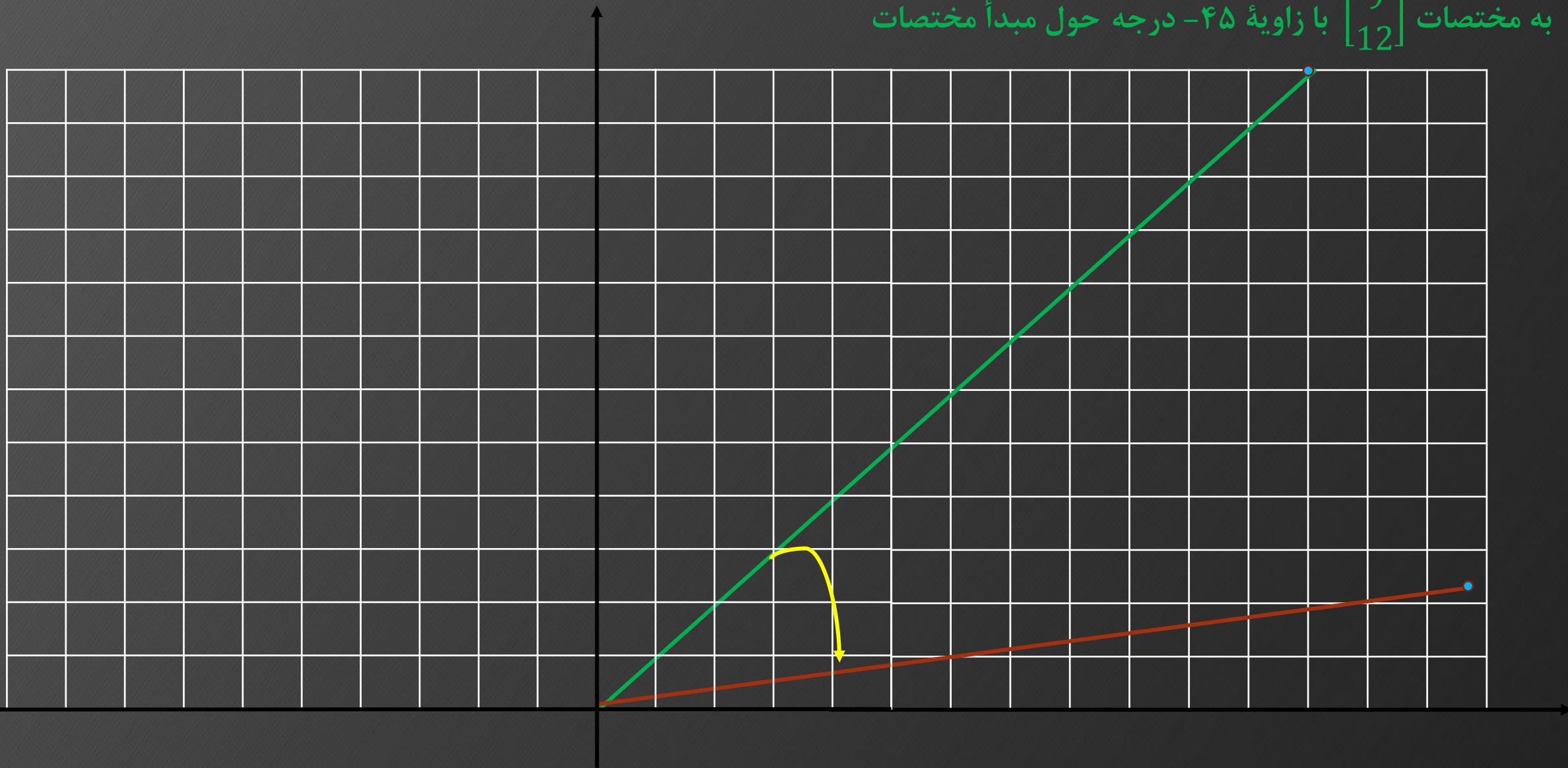
مثال:

چرخش

نقطه‌ای

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45 & \sin 45 \\ -\sin 45 & \cos 45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.7 * 9) + (0.7 * 12) \\ -(0.7 * 9) + (0.7 * 12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.7 \\ 2.1 \end{bmatrix}$$

به مختصات $\begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$ با زاویه -45 درجه حول مبدأ مختصات

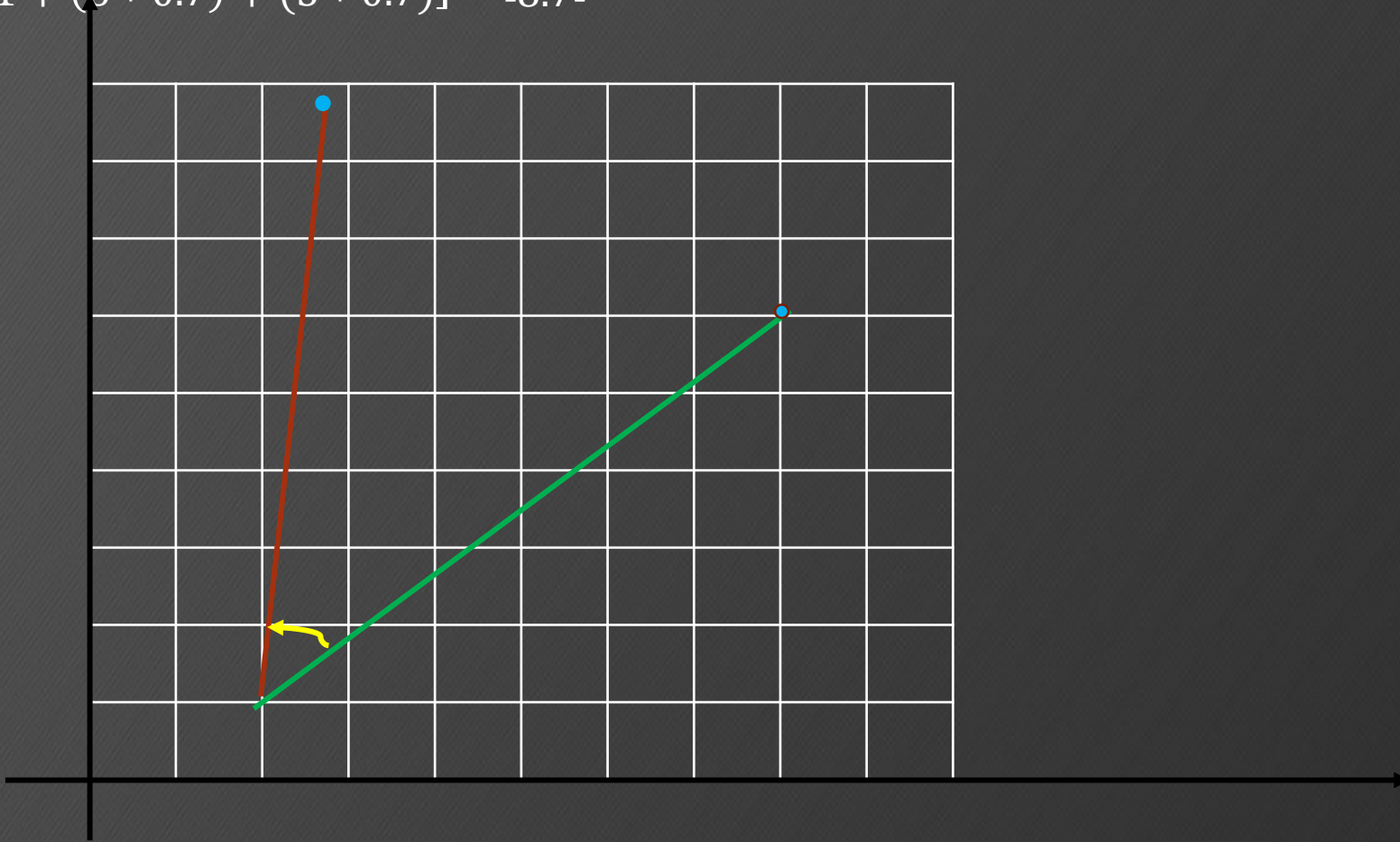


مثال:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r + (x - x_r)\cos\theta - (y - y_r)\sin\theta \\ y_r + (x - x_r)\sin\theta + (y - y_r)\cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + (8 - 2)\cos 45 - (6 - 1)\sin 45 \\ 1 + (8 - 2)\sin 45 + (6 - 1)\cos 45 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 + (6 * 0.7) - (5 * 0.7) \\ 1 + (6 * 0.7) + (5 * 0.7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.7 \\ 8.7 \end{bmatrix}$$

چرخش نقطه‌ای به مختصات $\begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$
با زاویه ۴۵ درجه حول مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



جلسه نهم:

تبدیلات دو بُعدی هندسی

آنچه در این جلسه می خوانید:

۱- اندازه گیری

۲- انعکاس

۳- تحول

اندازه‌گیری:

■ تغییر اندازه نسبت به مرکز مختصات:

در تبدیل اندازه‌گیری، اندازه شکل تغییر می‌یابد. به عنوان مثال در تغییر اندازه یک چندضلعی، کلیه وجوه چندضلعی در مختصاتمانند (X, Y) در ضرایبی به نامهای S_x و S_y که به ترتیب فاکتور اندازه‌گیری X و Y نامیده می‌شوند، ضرب شده و نقاط جدیدی مانند (X', Y') را بوجود می‌آورند.

$$x' = x.S_x$$

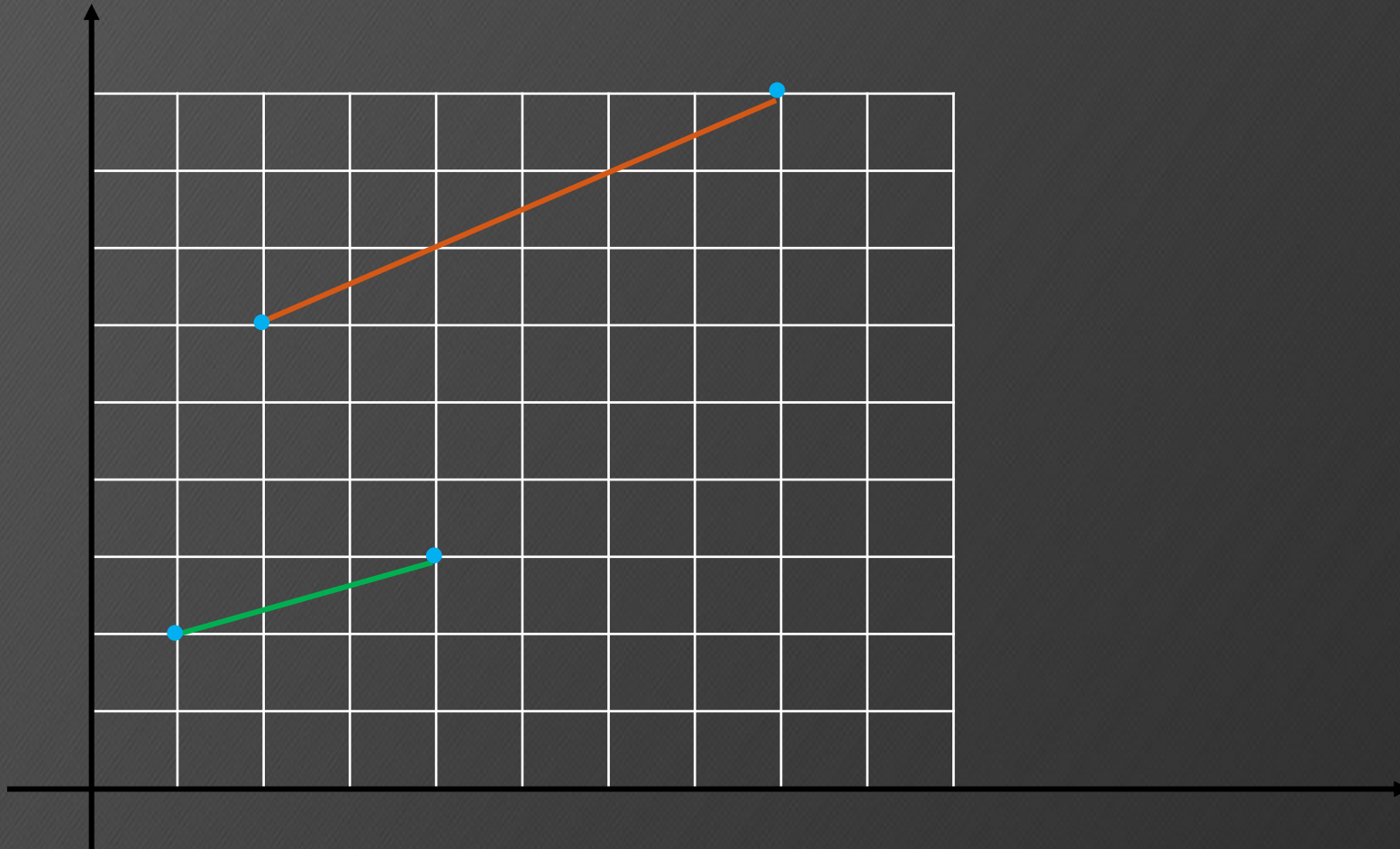
$$y' = y.S_y$$

نکته:

- هر مقدار صحیح را می‌توان برای S در نظر گرفت.
- مقادیر بزرگتر از یک برای S باعث بزرگ شدن و مقادیر کوچکتر از یک برای S باعث کوچکتر شدن تصویر می‌گردد.

$$A' = A.S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$B' = B.S = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$



مثال:

خط داده شده بین

نقطه $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

را نسبت به مبدأ

مختصات با ماتریس

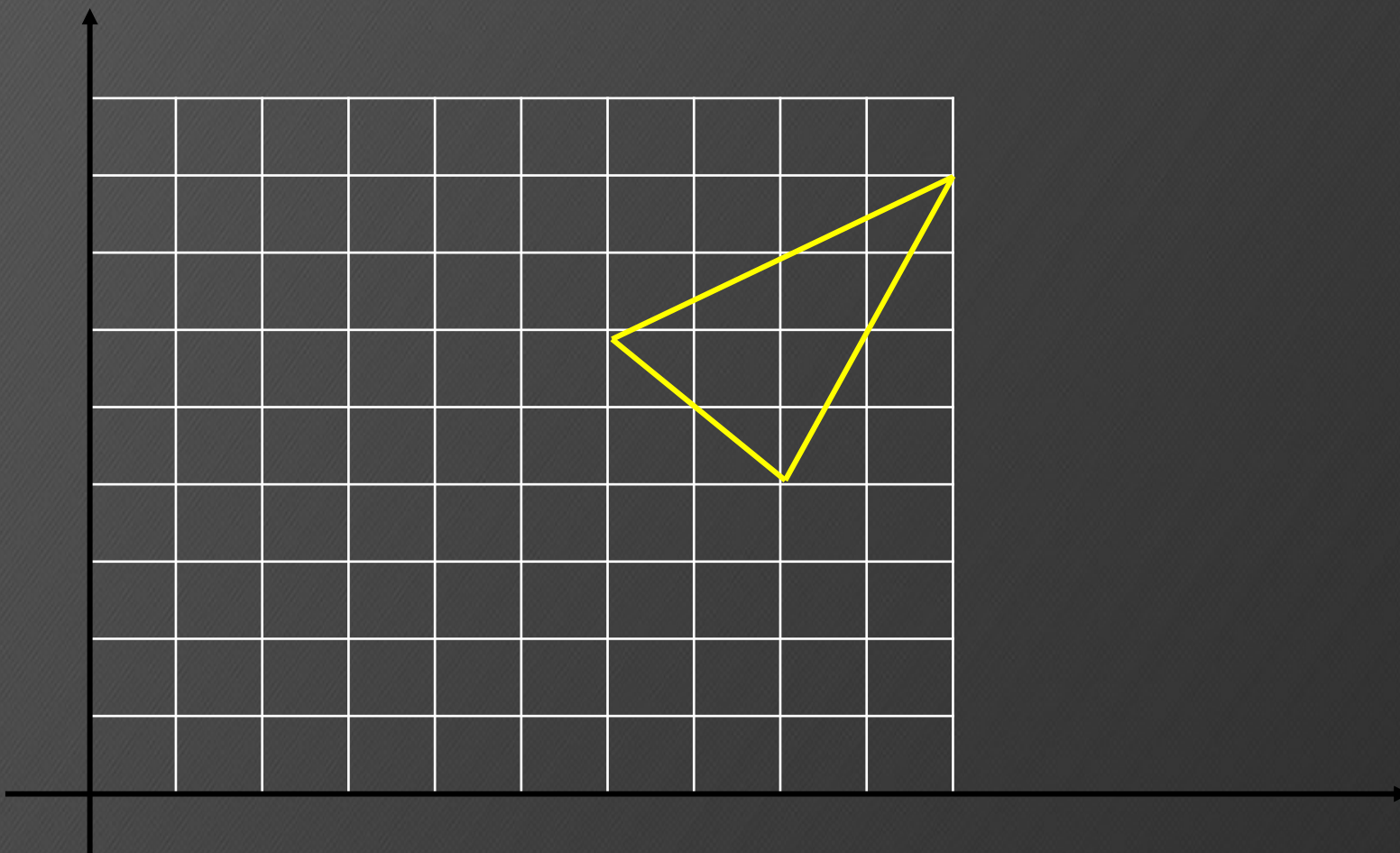
اندازه $S \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ تغییر

اندازه دهید.

تمرین:

مثلث زیر را نسبت
به مبدأ مختصات با

ضریب $\frac{1}{2}$ تغییر
اندازه دهید.



اندازه‌گیری:

■ تغییر اندازه نسبت به یک نقطه مشخص:

در تغییر اندازه یک شکل، می‌توان با انتخاب یک نقطه معین به نام **نقطه ثابت**، موقعیت شکل را کنترل نمود به گونه‌ای که بعد از تبدیل بدون تغییر باقی بماند.

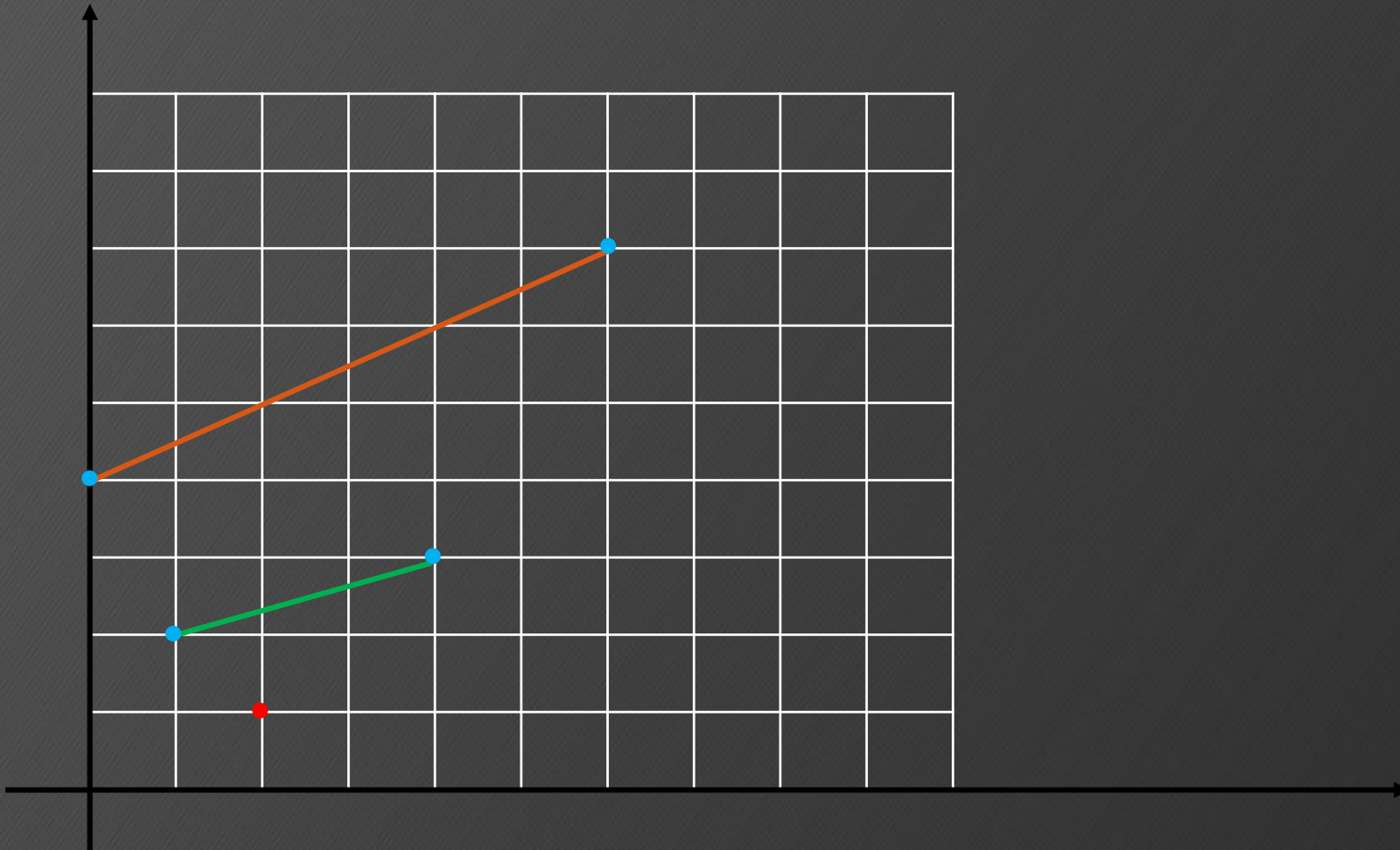
مختصات نقطه ثابت می‌تواند یکی از رئوس چندضلعی، مرکز شکل و یا هر نقطه دلخواه دیگر باشد که آنرا با (x_f, y_f) نشان می‌دهند.

$$x' = x_f + (x - x_f)S_x$$

$$y' = y_f + (y - y_f)S_y$$

$$A' = F + (A-F)S = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$B' = F + (B-F)S = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$



مثال:

خط داده شده بین

نقطه $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

را نسبت به نقطه

ثابت $F \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ با

ماتریس اندازه $S \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

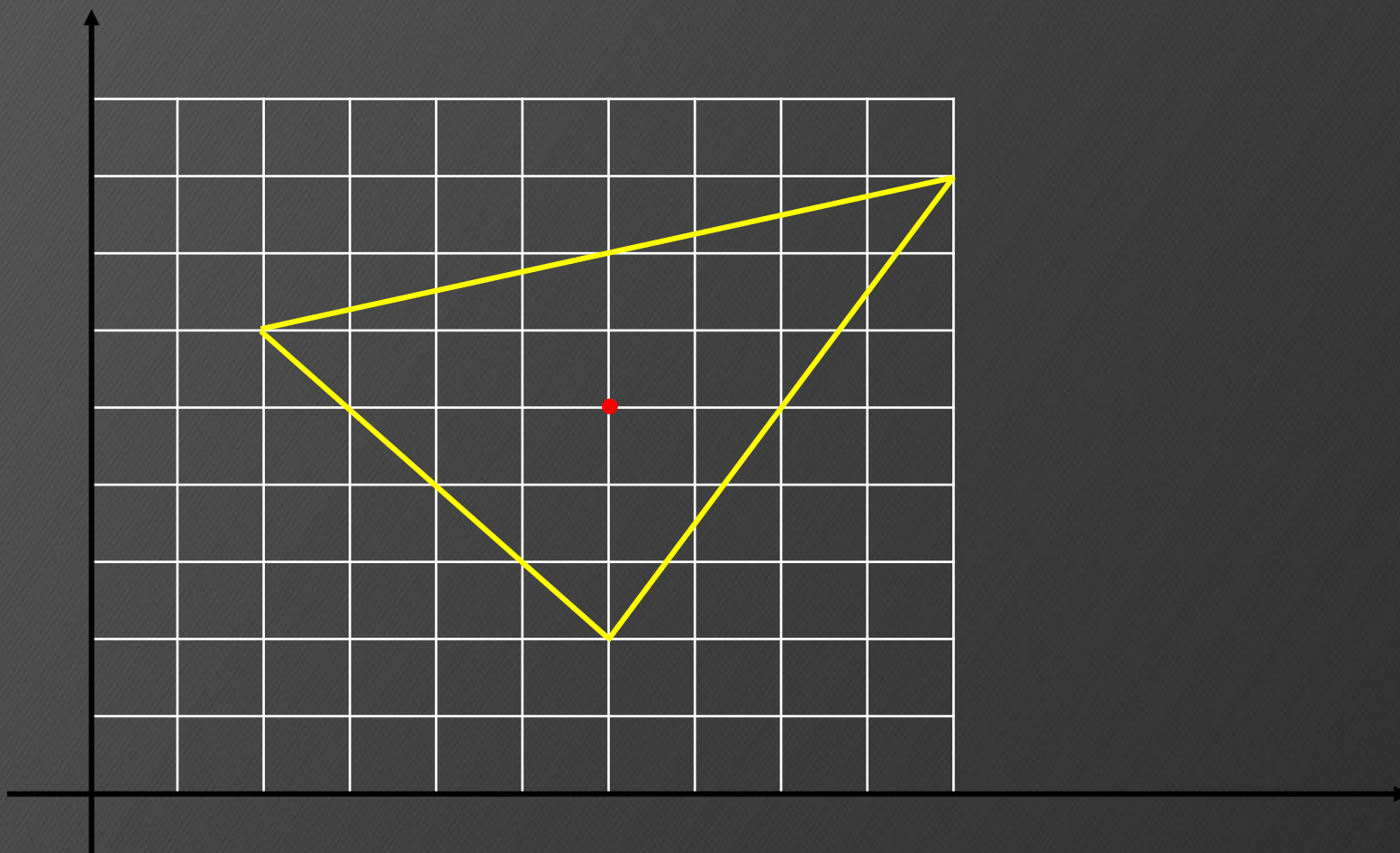
تغییر اندازه دهید.

تمرین:

مثلث زیر را نسبت

به نقطه $F[5^6]$ با

ضریب $\frac{1}{2}$ تغییر
اندازه دهید.



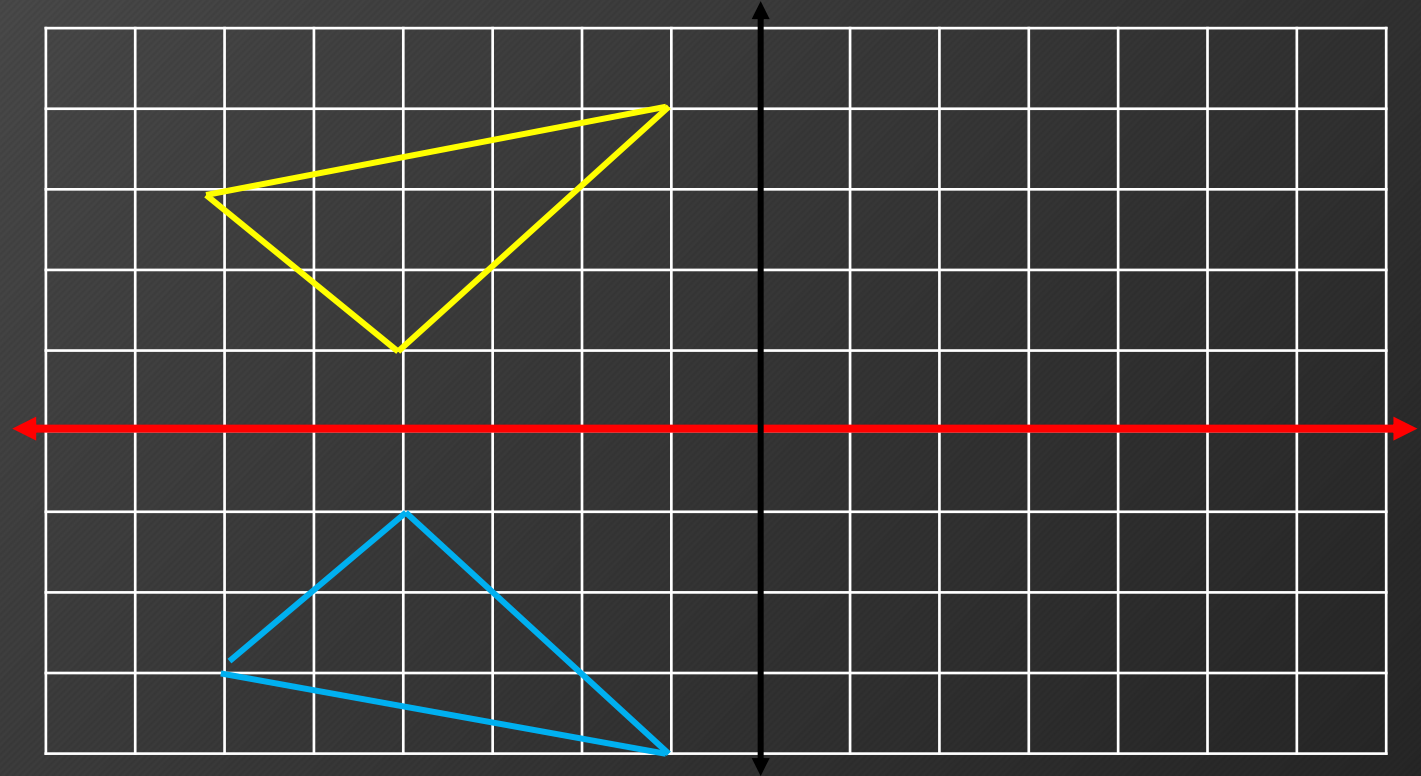
انعکاس:

انعکاس تبدیلی است که به واسطه آن، تصویر شکل مشاهده می‌گردد. تصویر انعکاسی در فضای دوبعدی نسبت به محور انعکاس و با دوران 180° درجه نسبت به آن و به صورت قرینه تشکیل می‌شود. محور انعکاس در فضای دوبعدی یک خط مستقیم است که نقشی همانند آینه ایفا می‌کند.

انعکاس حول خط $y=0$ (محور x ها):

در این تبدیل مقدار x هر نقطه از شکل بدون تغییر باقی مانده و مقدار y آن دقیقاً معکوس می گردد.
انعکاس حول خط $y=0$ (محور x ها) می توانند توسط ماتریس تبدیل زیر انجام شود:

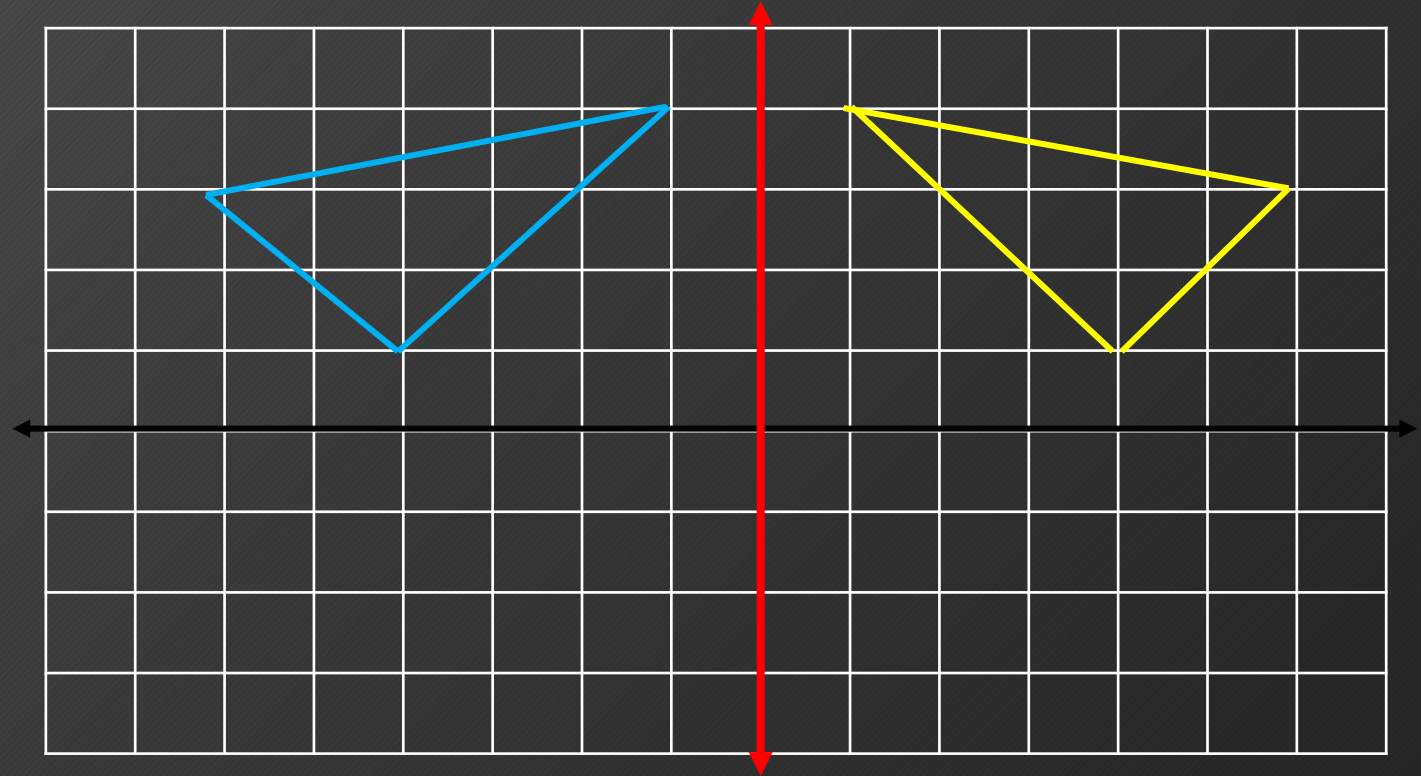
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



انعکاس حول خط $x=0$ (محور y ها):

در این تبدیل مقدار y هر نقطه از شکل بدون تغییر باقی مانده و مقدار x آن دقیقاً معکوس می گردد.
انعکاس حول خط $x=0$ (محور y ها) می توانند توسط ماتریس تبدیل زیر انجام شود:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

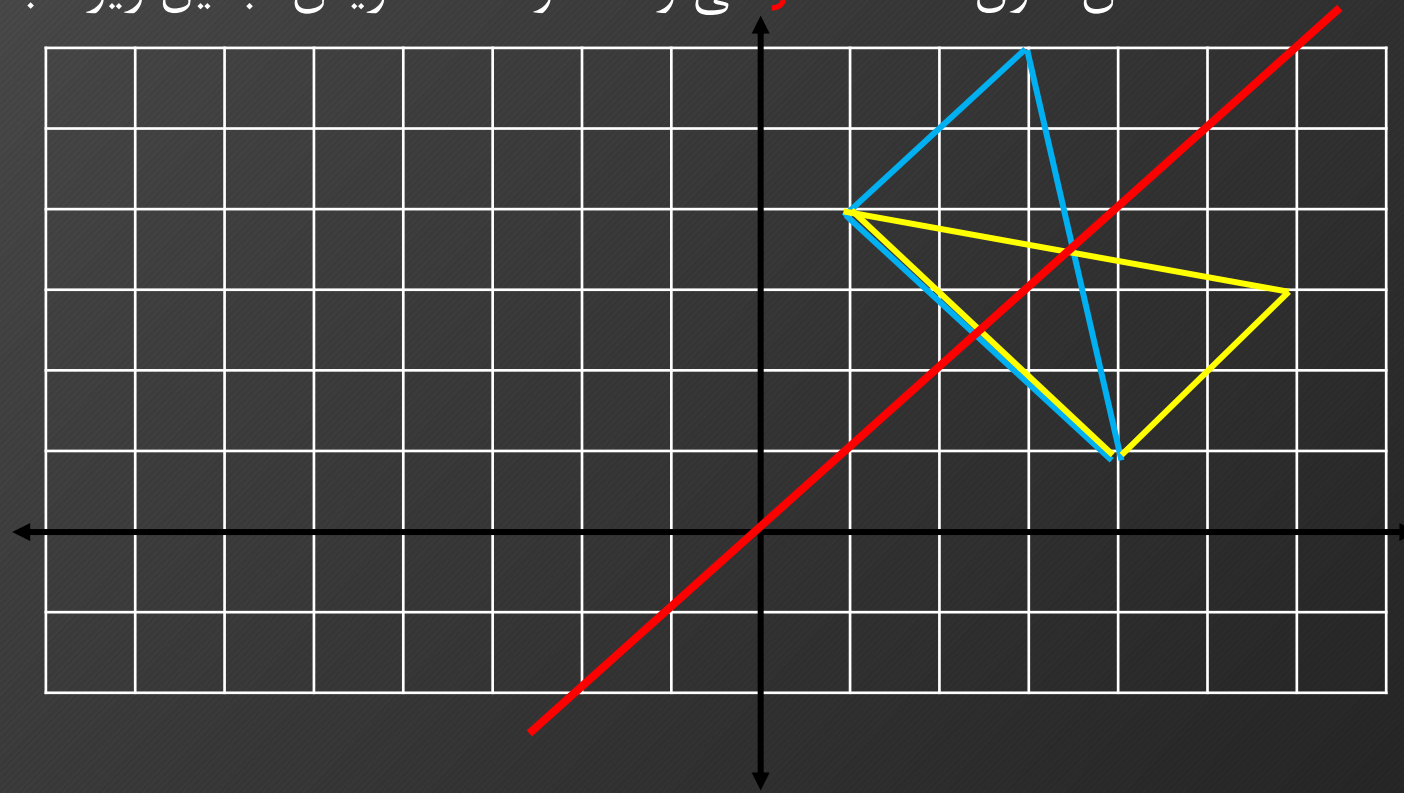


انعکاس حول خط $y=x$:

در این تبدیل جای x و y تغییر پیدا می کند.

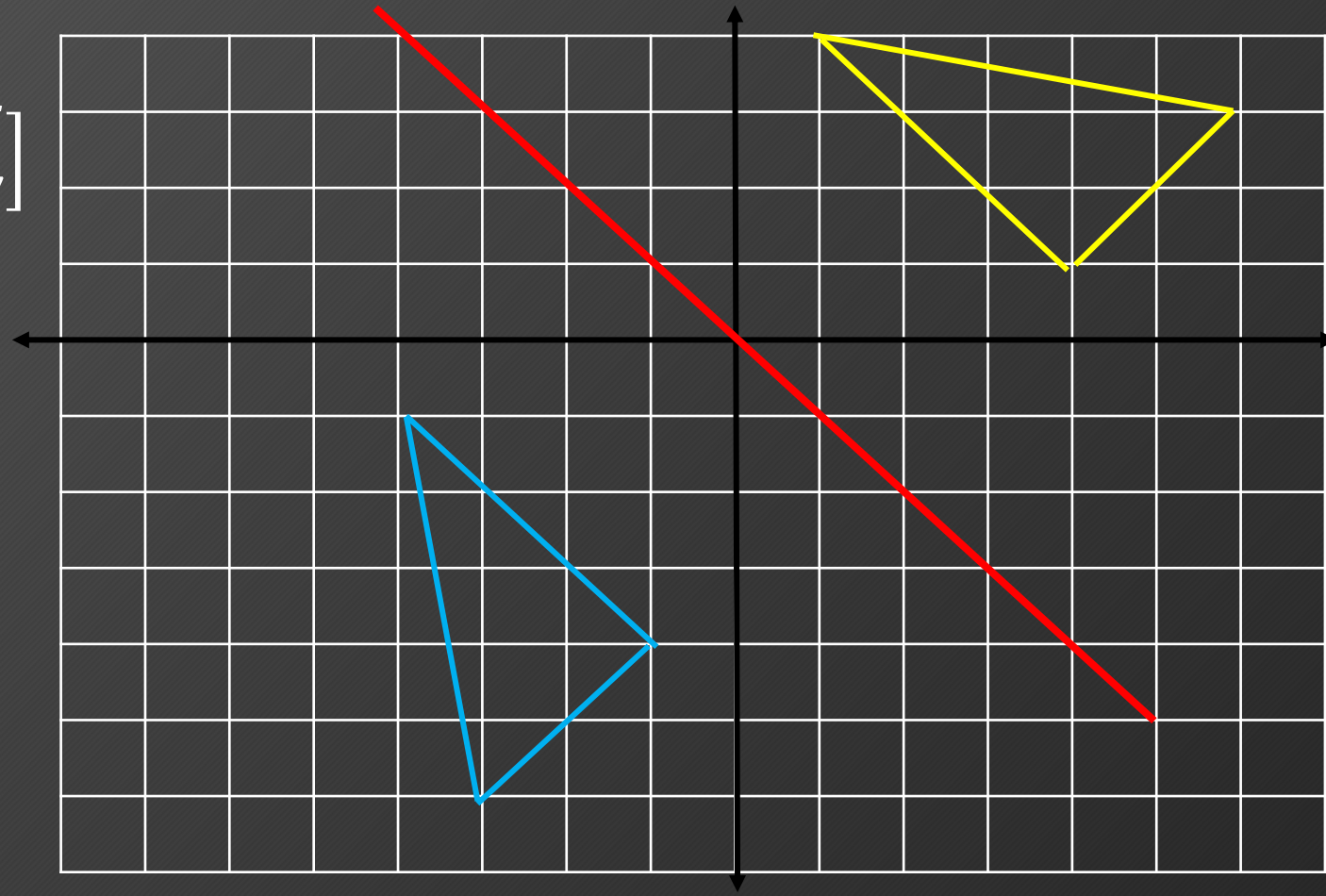
انعکاس حول خط $y=x$ می تواند توسط ماتریس تبدیل زیر انجام شود:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



انعکاس حول خط $y = -x$:

$$\begin{bmatrix} y' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



در این تبدیل
X و Y در منفی
یک ضرب
می شود و در
نهایت جای X
و Y عوض
می شود.

انعکاس حول هر خط دلخواه:

انعکاس شکل حول هر خط دلخواه با رابطه $y=mx+b$ در فضای دوبُعدی می‌تواند با ترکیب تبدیلهای انتقال, دوران و انعکاس انجام شود.

در حالت کلی, ابتدا خط به گونه‌ای منتقل می‌گردد که از مبدأ مختصات عبور نماید. سپس خط با یک تبدیل دوران بر روی یکی از محوره‌های مختصات منطبق می‌گردد. نهایتاً شکل نسبت به محور مختصات انعکاس یافته و معکوس تبدیلات فوق (دوران معکوس و انتقال معکوس) اتفاق می‌افتد.

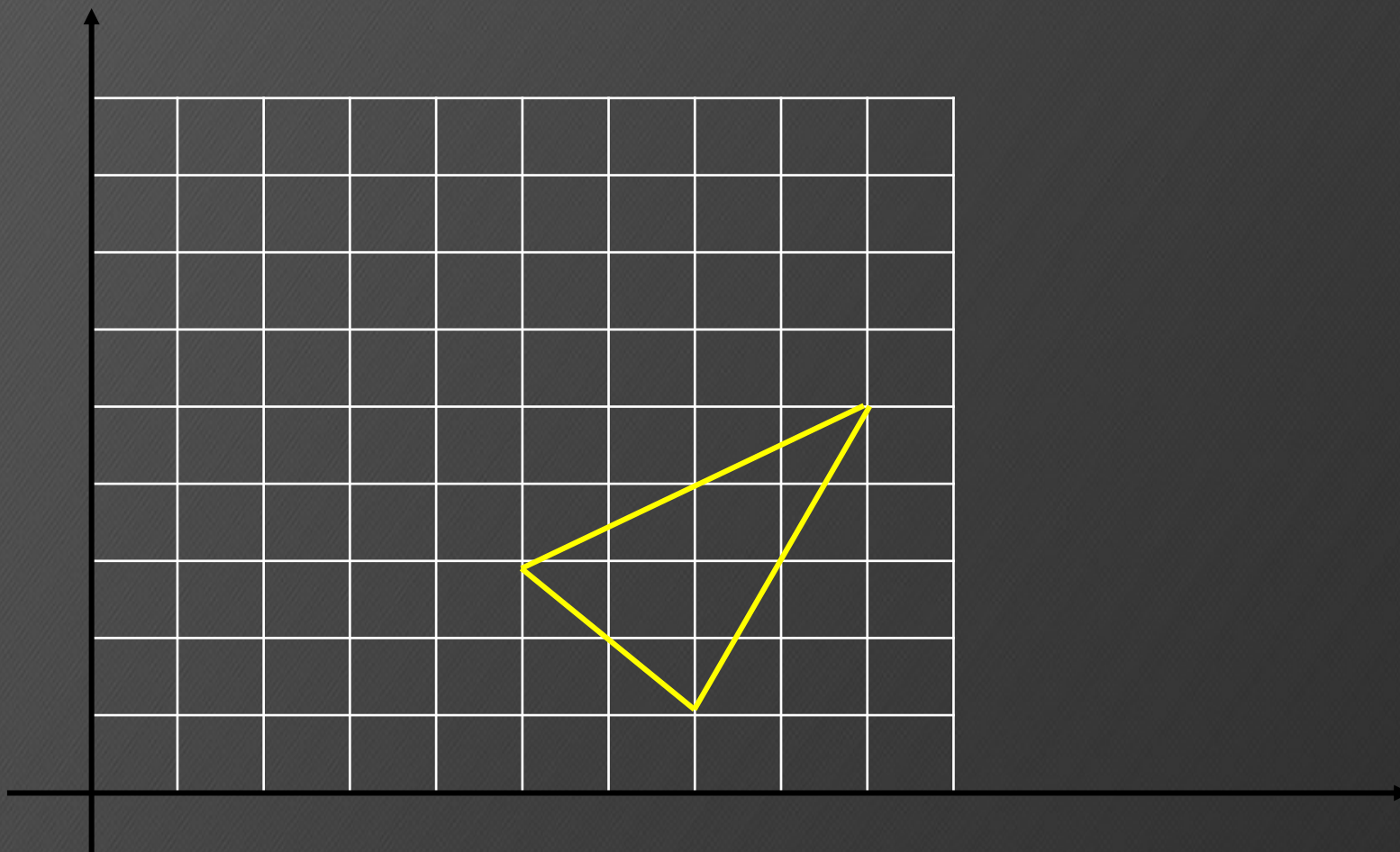
تمرین:

انعکاس مثلث زیر را

نسبت به خطوط

$y=0$ و $x=0$ و $y=x$

و $y=-x$ رسم کنید.



تحويل:

حول تبدیلی است که به واسطه آن شکل ظاهری اشیاء تخریب و تغییر می‌یابد ولی ترکیب اصلی آن حفظ می‌گردد.

دو نوع از متداول‌ترین این نوع تبدیل، انتقال مقادیر X و Y در محورهای مختصات است. از همین رو تحول معمولاً جهت‌دار صورت می‌گیرد.

تحويل حول محور x ها (خط $y=0$):

در این نوع تبدیل, مختصات هر نوع تبدیل از روابط زیر بدست می آید:

$$x' = x + sh_x \cdot y$$

$$y' = y$$

■ نکته:

پارامتر تحول sh_x هر عدد حقیقی می تواند باشد.

$$x' = x + sh_x \cdot y$$

$$xA' = 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$xB' = 0 + 2 \cdot 2 = 4$$

$$xC' = 2 + 2 \cdot 0 = 2$$

$$xD' = 2 + 2 \cdot 2 = 6$$

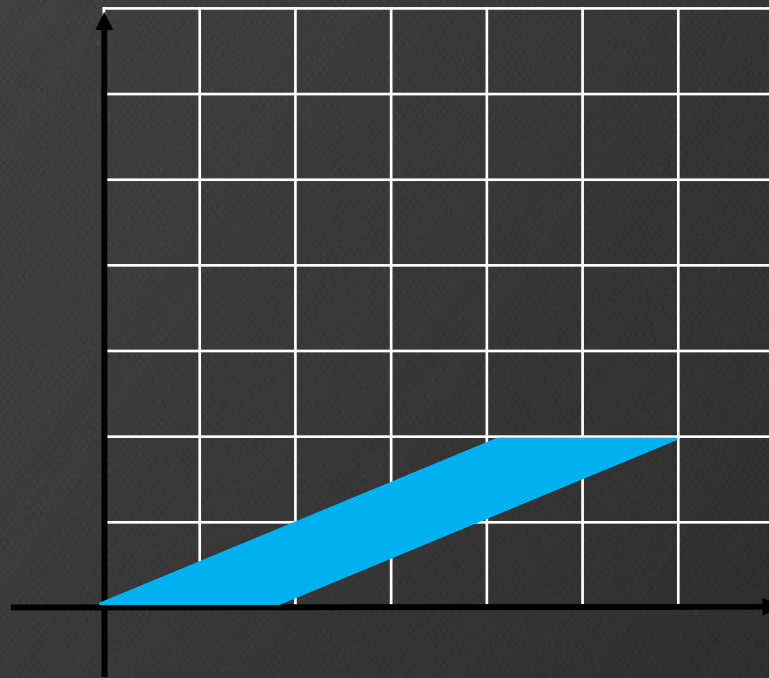
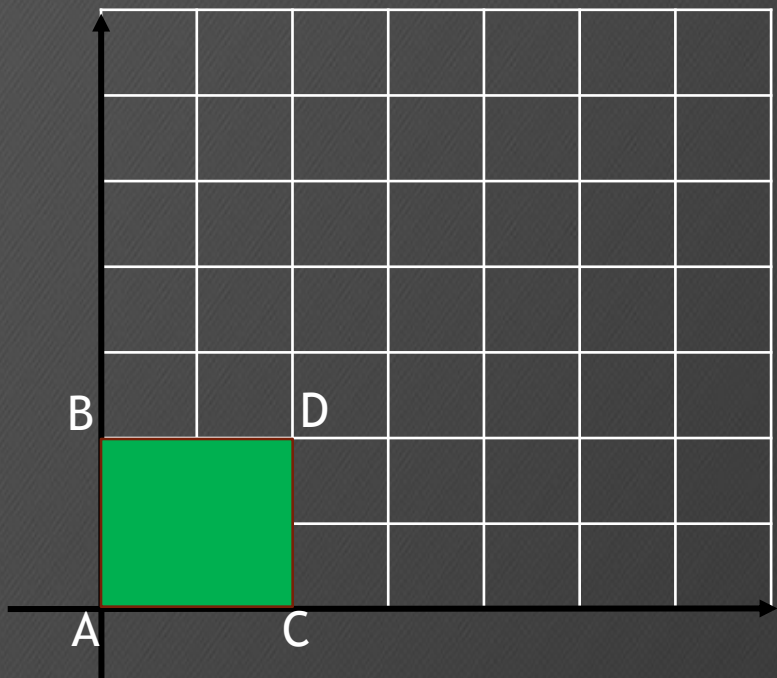
$$y' = y$$

$$yA' = 0$$

$$yB' = 2$$

$$yC' = 0$$

$$yD' = 2$$



مثال:

تحويل یافته مربع زیر را با
پارامتر $sh_x = 2$ در
راستای x رسم کنید.

تحول در راستای x نسبت به یک خط مشخص:

در این نوع تبدیل، مختصات هر نوع تبدیل از روابط زیر بدست می‌آید:

$$x' = x + sh_x(y - y_{ref})$$

$$y' = y$$

$$x' = x + sh_x(y - y_{ref})$$

$$xA' = 0 + 2(0 - (-1)) = 2$$

$$xB' = 0 + 2(2 - (-1)) = 6$$

$$xC' = 2 + 2(0 - (-1)) = 4$$

$$xD' = 2 + 2(2 - (-1)) = 8$$

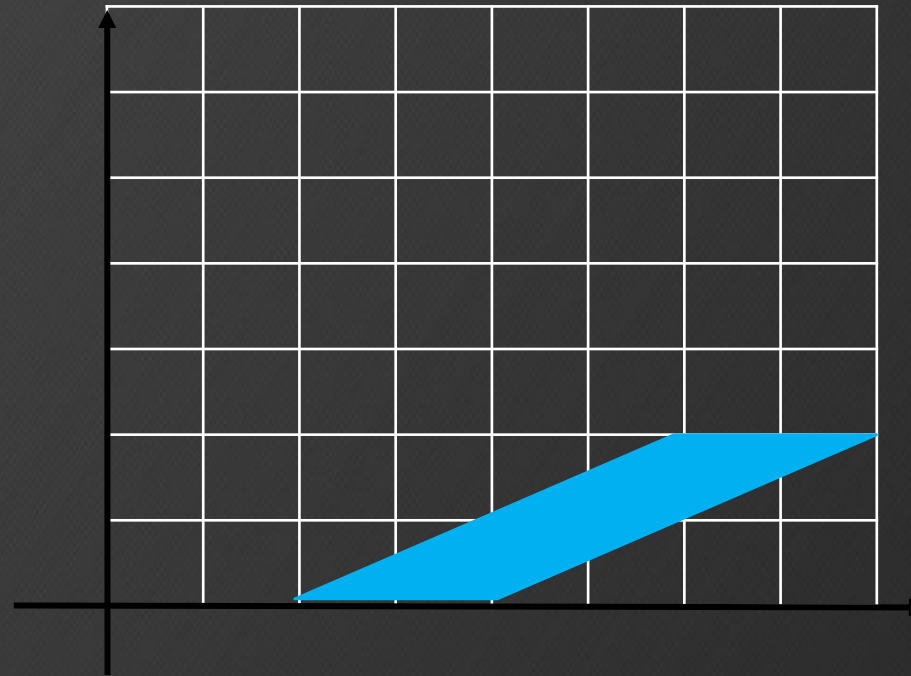
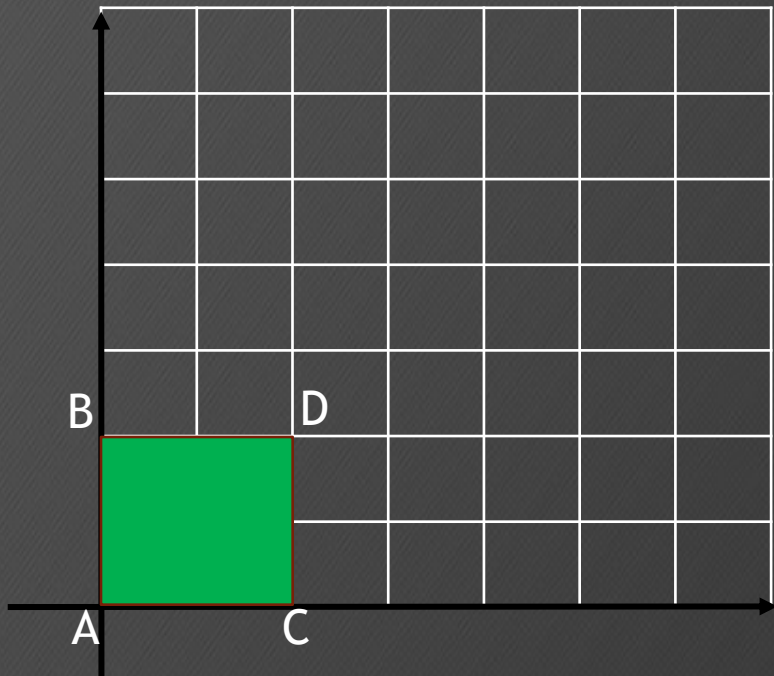
$$y' = y$$

$$yA' = 0$$

$$yB' = 2$$

$$yC' = 0$$

$$yD' = 2$$



مثال:

تحويل یافته مربع زیر را با پارامتر $sh_x = 2$ و نسبت به خط $y = -1$ در راستای x رسم کنید.

تحويل حول محور y ها (خط $x=0$):

در این نوع تبدیل, مختصات هر نوع تبدیل از روابط زیر بدست می آید:

$$y' = y + sh_y \cdot x$$

$$x' = x$$

■ نکته:

پارامتر تحول sh_y هر عدد حقیقی می تواند باشد.

$$x' = x$$

$$xA' = 0$$

$$xB' = 0$$

$$xC' = 2$$

$$xD' = 2$$

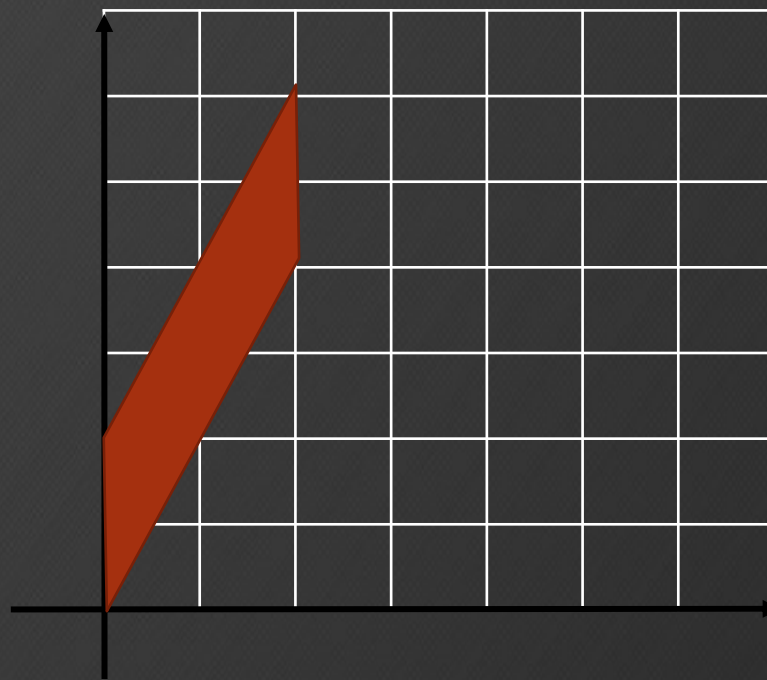
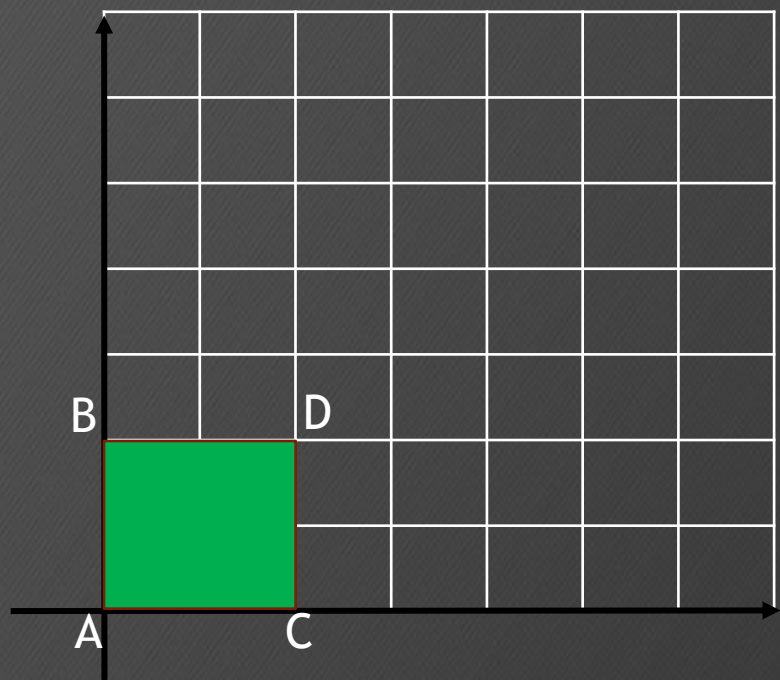
$$y' = y + sh_y \cdot x$$

$$yA' = 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$yB' = 2 + 2 \cdot 0 = 2$$

$$yC' = 0 + 2 \cdot 2 = 4$$

$$yD' = 2 + 2 \cdot 2 = 6$$



مثال:

تحويل یافته مربع زیر را با
پارامتر $sh_y = 2$ رسم
کنید.

تحويل در راستای y نسبت به یک خط مشخص:

در این نوع تبدیل، مختصات هر نوع تبدیل از روابط زیر بدست می‌آید:

$$y' = y + sh_y(x - x_{ref})$$

$$x' = x$$

$$x' = x$$

$$xA' = 0$$

$$xB' = 0$$

$$xC' = 2$$

$$xD' = 2$$

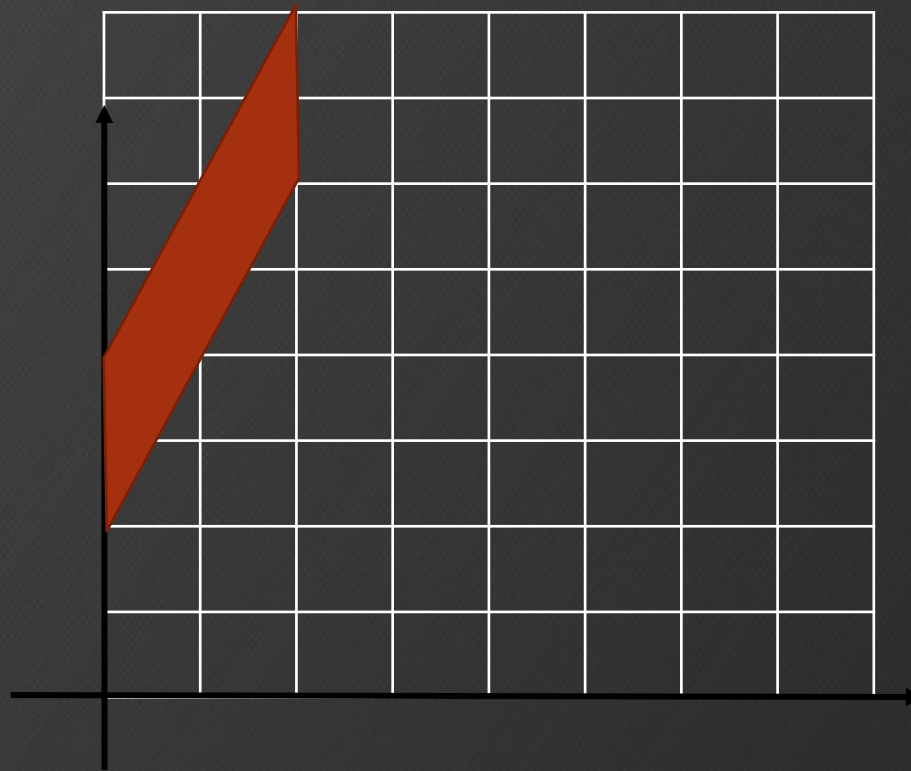
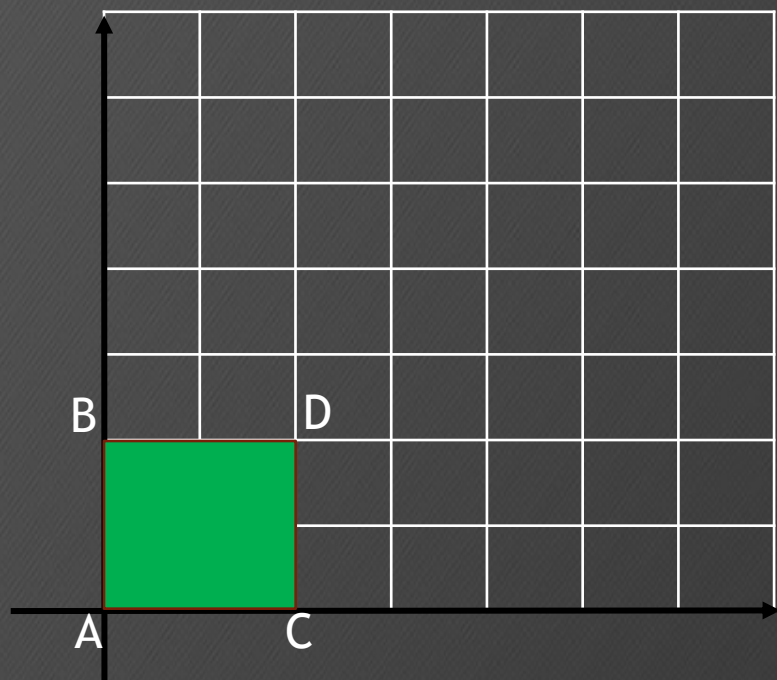
$$y' = y + sh_y(x - x_{ref})$$

$$yA' = 0 + 2(0 - (-1)) = 2$$

$$yB' = 2 + 2(0 - (-1)) = 4$$

$$yC' = 0 + 2(2 - (-1)) = 6$$

$$yD' = 2 + 2(2 - (-1)) = 8$$



مثال:

تحويل یافته مربع زیر را با پارامتر $sh_x = 2$ و نسبت به خط $x = -1$ در راستای y رسم کنید.

جلسه دهم:

متحرک سازی

آنچه در این جلسه می خوانید:

۱- مقدمه

۲- طراحی دنباله های انیمیشن

۳- مراحل کلی ساخت انیمیشن کامپیوتری

مقدمه:

اهداف مختلفی از متحرک سازی هایی که توسط کامپیوتر انجام می شوند , دنبال می شود. از جمله این اهداف می توان به تصاویر مفرح متحرک و کارتن برای سرگرمی , آگهی های تبلیغاتی , علوم و مهندسی و آموزش اشاره کرد.

اغلب تصور می شود که متحرک سازی دلالت به حرکت اشیاء دارد حال آن که در واقع متحرک سازی معادل تغییرات بصری زمینه در دنباله ای از زمان است. این تغییرات شامل تغییر موقعیت , چرخش , تغییر شکل و رنگ , اندازه و حتی شکل سطوح و یا شفافیت است.

مقدمه:

متحرک سازی می تواند به واسطه تغییر پارامترهای دوربین نظیر: موقعیت, جهت, کانون و زاویه دید به وقوع بپیوندد.

همچنین در حین ساخت تصاویر متحرک با کامپیوتر, می توان به عوامل دیگری از جمله پارامترهای نورپردازی, تأثیرات سایه ها و همچنین سرهم سازی اشاره کرد.

به منظور واقعی تر جلوه کردن متحرک سازی کامپیوتری, به امکانات خاصی جهت ارائه شکل حوادث و رویدادهای طبیعی مانند رعد و برق و یا سایر حوادث طبیعت, نیازمند مدل سازی و تخمین های واقعی از مدل های عددی است.

طراحی دنباله‌های انیمیشن:

در شرایط کلی دنباله‌ای متحرک را می‌توان با پیگیری مراحل زیر طراحی کرده و به وجود آورد:

- زمینه (طرح) جریان
- تعیین اشیاء
- مشخص کردن فریم‌های کلیدی
- بوجود آوردن فریم‌های میانی

زمینه (طرح) جریان:

زمینه (طرح) جریان , بستر جریان می باشد. در این بستر , مجموعه ای از رویدادهای پایه وجود دارند که فضا اشغال کرده اند.

بسته به نوع متحرک سازی , زمینه جریان می تواند شامل تعدادی طرح ساده و یا مجموعه ای از اشکال پایه متحرک باشد.

تعیین اشیاء:

در مرحله تعیین اشیاء, هر آنچه که در جریان متحرک سازی مورد مراجعه قرار می گیرد, تعیین می گردد.

به عنوان مثال در جابجایی یک اتومبیل در جاده, اتومبیل شی متحرک و محیط پیرامون, طرح زمینه می باشند).

اشیاء می توانند از تعریف اشکال پایه نظیر چندضلعی ها و منحنی ها بوجود آیند.

فریم‌های کلیدی:

فریم‌های کلیدی، بخش خاصی از صحنه است که با جزئیات کامل در زمان ویژه‌ای در دنباله متحرک قرار دارد.

در هر فریم کلیدی، هر شیء بسته به موقعیت خود در فریم‌های قبلی ممکن است ثابت باقی بماند.

فریم‌های کلیدی معمولاً کرانه‌های حرکت را پوشش می‌دهند و فاصله زمانی (وقفه) بین آنها زیاد نمی‌باشد.

تعداد فریم‌های کلیدی که برای حرکات سریع و پیچیده انتخاب می‌شود در مقایسه با متحرک‌سازی آهسته و ساده بیشتر است.

فریم‌های میانی:

فریم‌های میانی، فریم‌هایی هستند که بین فریم‌های کلیدی درج می‌گردند. تعداد فریم‌های میانی مورد نیاز، بستگی به رسانه‌ای دارد که برای نمایش مورد استفاد قرار می‌گیرد.

فیلم نیازمند ۲۴ فریم در ثانیه است. ترمینال‌های گرافیکی با نرخ معادل ۳۰ تا ۶۰ جابجایی فریم در ثانیه، به نمایش گرافیک می‌پردازند.

معمولاً به ازای هر زوج فریم کلیدی، ۳ تا ۵ فریم میانی جایگذاری می‌گردد.

مراحل کلی ساخت انیمیشن کامپیوتری:

برای ساخت یک دنباله انیمیشن روند خاصی دنبال می شود که عبارتند از:
ساخت و سرهم کردن اشیاء , مکان یابی دوربین و تولید فریم های میانی.

بسیاری از بسته های نرم افزاری تولید تصاویر متحرک (نظیر **wavefront**) به منظور طراحی و متحرک سازی اشیاء به صورت مستقل , توابع ویژه ای مهیا ساخته و در اختیار تولیدکنندگان قرار می دهند.

یکی از قابلیت های این بسته های نرم افزاری , امکان ذخیرسازی و مدیریت پایگاه داده اشیاء می باشد.

از دیگر قابلیت های این بسته های نرم افزاری , می توان به توانایی سرهم سازی اشکال ساده و پایه برای بوجود آوردن اشیاء ترکیبی و پیچیده نام برد.

...

پایان